**三角函数专题复习**

**一、课前练习：**

1．已知角α的终边上一点P的坐标为，则角α的最小正值为\_\_\_\_\_\_\_\_．

2. 已知一扇形是从一个圆中剪下的一部分，半径等于圆半径的，面积等于圆面积的，则扇形的弧长与圆周长之比为\_\_\_\_\_\_\_\_．

3. （2023·江苏泰州·统考一模）已知，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

4．（2023·江苏盐城·统考三模）把函数图象上所有点的横坐标变为原来的2倍，纵坐标不变，再把所得曲线向右平移个单位长度，得到函数的图象，则函数的解析式为\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

5. 函数的减区间为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_，对称中心为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_，对称轴为\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**二、知识点梳理：**

1. **典型例题：**

例1．（2023·江苏苏州·校考模拟预测）已知函数.

(1)当时，求的值域；

(2)若且，求的值.

例2、已知
求的值；
求函数的值域．

例3、函数的值域为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

例4、1. (2022·济南模拟)已知sin＝－，则sin2*α*的值为(　 　)

A. B. － C. D. －

2. (2022·株洲一模)已知*θ*∈，sin＝，则tan*θ*等于(　 　)

A. 2 B. C. 3 D.

3、 若sin2*α*＝，sin(*β*－*α*)＝，且*α*∈，*β*∈，则*α*＋*β*的值是\_\_\_\_\_\_.

4、已知*α*，*β*∈(0，π)，且tan(*α*－*β*)＝，tan*β*＝－，那么2*α*－*β*的值为\_\_\_\_\_\_\_\_.

例5　(2023·邢台期初)(多选)已知函数*f*(*x*)＝sin的图象关于点中心对称，且在区间(0，π)上恰有三个极值点，则(　　　)

A. *f*(*x*)在区间上单调递增

B. *f*(*x*)在区间(－π，π)上有六个零点

C. 直线*x*＝是曲线*y*＝*f*(*x*)的对称轴

D. *f*(*x*)的图象向左平移个单位长度后，所得图象对应的函数为奇函数

**四、巩固练习：**

1、函数*f*(*x*)＝sin2*x*＋cos*x*－的最大值是\_\_\_\_\_\_.

2、函数*f*(*x*)＝2cos*x*－cos2*x*的最大值为\_\_\_\_\_\_.

3、 (2023·漳州期初)(多选)已知函数*f*(*x*)＝tan，则(　　　)

A. *f*(*x*)的最小正周期是 B. *f*(*x*)的图象关于点中心对称

C. *f*(*x*)在(0，π)上有三个零点 D. *f*(*x*)的图象可以由*g*(*x*)＝tan2*x*的图象向右平移个单位长度得到

4、 (2022·湖北联考)(多选)已知函数*f*(*x*)＝sin*ωx*＋cos*ωx*(*ω*>0)的图象上相邻的最高点的距离为π，下列结论正确的是(　　　)

A. 函数*y*＝*f*(*x*)的图象关于点中心对称

B. 函数*f*(*x*)在区间上的值域为[1,2]

C. 将函数*y*＝*f*(*x*)的图象上所有点的横坐标缩短为原来的，纵坐标不变，然后将所得图象向左平移个单位长度后得*y*＝－2sin的图象

D. 若*f*(*θ*)＝，则*f*＝

5、下列关于函数*f*(*x*)＝的说法正确的是(　　)

A. 函数*f*(*x*)是偶函数 B. 函数*f*(*x*)的最小正周期是

C. *x*＝－是函数*f*(*x*)图象的一条对称轴 D. 函数*f*(*x*)在区间上单调递增

6. 已知*f*(*x*)＝sin－cos，则*f*(*x*)的最小正周期为\_\_\_\_\_\_，

*f*(1)＋*f*(2)＋…＋*f*(2 024)＝\_\_\_\_\_\_\_\_.

7、 (2022·永州模拟)已知函数*f*(*x*)＝*A*sin(*ωx*＋*φ*)的部分图象如图所示．

(1) 求函数*f*(*x*)的解析式；

(2) 将函数*y*＝*f*(*x*)的图象向左平移个单位长度，得到函数*y*＝*g*(*x*)的图象，求*g*(*x*)在上的最小值．



8、 已知cos＝，sin＝－，*α*∈，*β*∈.

(1) 求sin(*α*＋*β*)的值；

(2) 求tan的值．

答案：

1. 2、 3、 4、

5、

例1、【解析】（1），

∵，∴，∴，

∴的值域为；

（2）∵，

∵，∴，

∴，

∴.

例2、已知$sin(A+\frac{π}{4})=\frac{7\sqrt[ ]{2}}{10},A\in (\frac{π}{4},\frac{π}{2}).$
$($Ⅰ$)$求$cosA$的值；
$($Ⅱ$)$求函数$f(x)=cos2x+\frac{5}{2}sinAsinx$的值域．

【答案】解：$($Ⅰ$)$因为$\frac{π}{4}<A<\frac{π}{2}$，且$sin(A+\frac{π}{4})=\frac{7\sqrt[ ]{2}}{10}$，
所以$\frac{π}{2}<A+\frac{π}{4}<\frac{3π}{4}$，
$∴cos(A+\frac{π}{4})=−\frac{\sqrt[ ]{2}}{10}$．
因为$cosA=cos[(A+\frac{π}{4})−\frac{π}{4}]$
$=cos(A+\frac{π}{4})cos\frac{π}{4}+sin(A+\frac{π}{4})sin\frac{π}{4}$
$=−\frac{\sqrt[ ]{2}}{10}·\frac{\sqrt[ ]{2}}{2}+\frac{7\sqrt[ ]{2}}{10}·\frac{\sqrt[ ]{2}}{2}=\frac{3}{5}$．
所以$cosA=\frac{3}{5}$．
$($Ⅱ$)$由$($Ⅰ$)$可得$sinA=\frac{4}{5}$．
所以$f(x)=cos2x+\frac{5}{2}sinAsinx$
$=1−2sin^{2}x+2sinx=−2(sinx−\frac{1}{2})^{2}+\frac{3}{2}$，$x\in R$，
 因为$sinx\in \left[−1,1\right]$，
$∴$当$sinx=\frac{1}{2}$时，$f(x)$取最大值$\frac{3}{2}$，
当$sinx=−1$时，$f(x)$取最小值$−3$．
所以函数$f(x)$的值域为$\left[−3,\frac{3}{2}\right].$

【解析】本题考查了函数$y=Asin(ωx+φ)$的图象与性质及三角恒等变换，属于中档题．
  $($Ⅰ$)$利用三知$sin(A+\frac{π}{4})=\frac{7\sqrt[ ]{2}}{10},A\in (\frac{π}{4},\frac{π}{2}).$可得$cos(A+\frac{π}{4})=−\frac{\sqrt[ ]{2}}{10}$，然后利用三角函数的和差公式进行求解即可得；
$($Ⅱ$)$由$($Ⅰ$)$可得$sinA=\frac{4}{5}$，然后可得出$f(x)$的表达式，然后化简由其定义域可求出值域．

例3、

例4 **例4、1.** (2022·济南模拟)已知sin＝－，则sin2*α*的值为(　 　)

A. B. － C. D. －

**答案A**

**2.** (2022·株洲一模)已知*θ*∈，sin＝，则tan*θ*等于(　 　)

A. 2 B. C. 3 D.

答案C

3、 若sin2*α*＝，sin(*β*－*α*)＝，且*α*∈，*β*∈，则*α*＋*β*的值是\_\_\_\_\_\_.

4、已知*α*，*β*∈(0，π)，且tan(*α*－*β*)＝，tan*β*＝－，那么2*α*－*β*的值为\_\_\_\_\_\_\_\_.－

例5　(2023·邢台期初)(多选)已知函数*f*(*x*)＝sin的图象关于点中心对称，且在区间(0，π)上恰有三个极值点，则(　　　)

A. *f*(*x*)在区间上单调递增

B. *f*(*x*)在区间(－π，π)上有六个零点

C. 直线*x*＝是曲线*y*＝*f*(*x*)的对称轴

D. *f*(*x*)的图象向左平移个单位长度后，所得图象对应的函数为奇函数

答案BC

巩固练习

1.函数$f(x)=sin^{2}x+\sqrt[ ]{3}cosx−\frac{3}{4}(x\in [0,\frac{π}{2}]$的最大值是          ．

【答案】$1$

【解析】【分析】

本题考查了三角函数的定义域与值域，换元法和二次函数的图象与性质，属于中档题．
利用三角函数的值域求法，结合换元法把问题转化为函数$y=−t^{2}+\sqrt[ ]{3}t+\frac{1}{4}\left(t\in \left[0,1\right]\right)$的值域，再利用二次函数的图象计算得结论$.$

【解答】解：因为函数$f(x)=sin^{2}x+\sqrt[ ]{3}cosx−\frac{3}{4}(x\in [0,\frac{π}{2}])$，
所以$f(x)=−cos^{2}x+\sqrt[ ]{3}cosx+\frac{1}{4}$，
令$t=cosx$，则$t\in \left[0,1\right]$，
则函数$f(x)=−cos^{2}x+\sqrt[ ]{3}cosx+\frac{1}{4}(x\in [0,\frac{π}{2}])$的值域就是：
函数$y=−t^{2}+\sqrt[ ]{3}t+\frac{1}{4}\left(t\in \left[0,1\right]\right)$的值域．
而函数$y=−t^{2}+\sqrt[ ]{3}t+\frac{1}{4}$的图象开口向下，对称轴为$t=\frac{\sqrt[ ]{3}}{2}$，
所以$t=\frac{\sqrt[ ]{3}}{2}$时，$y$有最大值，$y\_{max}=1$，
因此函数$f(x)=−cos^{2}x+\sqrt[ ]{3}cosx+\frac{1}{4}(x\in [0,\frac{π}{2}])$的最大值为$1$．
故答案为$1$．

2、【解析】 因为*f*(*x*)＝2cos *x*－cos2*x*，所以*f*(*x*)＝－2cos2*x*＋2cos*x*＋1，

令*t*＝cos*x*，则*t*∈[－1,1]，所以函数*f*(*x*)＝2cos*x*－cos2*x*等价于*y*＝－2*t*2＋2*t*＋1，*t*∈[－1,1]．

又*y*＝－2*t*2＋2*t*＋1＝－22＋，*t*∈[－1,1]，所以当*t*＝时，*y*取最大值，即函数*f*(*x*)＝2cos*x*－cos2*x*的最大值为.

3、AB 4、ACD 5、BCD 6、

7、【解答】(1) 由最大值可确定*A*＝2，因为＝－＝，所以*ω*＝＝2，此时*f*(*x*)＝2sin(2*x*＋*φ*)，代入最高点，可得sin＝1，从而＋*φ*＝＋2*k*π(*k*∈**Z**)，结合|*φ*|<，于是当*k*＝0时，*φ*＝，所以*f*(*x*)＝2sin.

(2) 由题意，*g*(*x*)＝*f*＝2sin＝2sin＝2cos2*x*.当*x*∈时，2*x*∈，则有cos2*x*∈，所以*g*(*x*)在区间上的最小值为－1.

8. 【解答】(1) 因为<*α*<，所以－<－*α*<0，cos＝，所以sin＝－＝－.因为<*β*<，所以<＋*β*<，sin＝－，所以cos＝－＝－.又＋*β*－＝＋*α*＋*β*，所以sin(*α*＋*β*)＝sin＝－cos＝－coscos－sinsin＝×－×＝－＝－.

(2) 由cos＝，得(cos*α*＋sin*α*)＝，所以cos*α*＋sin*α*＝①，将①式两边平方得1＋sin2*α*＝，所以sin2*α*＝－②.因为<*α*<，所以sin*α*－cos*α*>0.又(sin*α*－cos*α*)2＝1－sin2*α*＝，所以sin*α*－cos*α*＝③，由①③得sin*α*＝，cos*α*＝－，则tan＝＝＝＝＝.