18．已知函数，函数.

(1)若过点的直线与曲线相切于点，与曲线相切于点.

①求的值；

②当两点不重合时，求线段的长；

1. 若，使得不等式成立，求的最小值.

【分析】（1）利用导数求的切线，再由切线与也相切，利用判别式即可求出；根据确定点，即可求；

（2）转化为原命题的非命题，利用单调性及恒成立探索时非命题成立，可得当时原命题成立，再验证能取得即可得解.

【点睛】关键点点睛：本题第二问条件为存在性问题，利用命题与命题的否定之间的真假关系，转化为研究恒成立问题是本题关键点之一，其次证明均有时，变换主元，转为关于的二次函数，利用二次函数分类讨论，是解决问题的关键所在.

变式1：【湖北省新高考联考协作体2024-2025学年高三上学期开学考试数学试题】

设函数，若，则*a*，*b*满足的关系式为（ ）

A．        B．        C．        D．

分析：根据题意，由条件可得在定义域上单调增且零点为，且在定义域上单调减且零点为，即可得到两函数的零点重合，从而得到结果.

解析：，且恒成立，在定义域上单调增且零点为在定义域上单调减且零点为，故与在定义域内函数值正负相反且零点重合，则．

变式2：1．若不等式恒成立，则的最小值为（    ）

A． B． C． D．

分析：先确定的取值范围，分析的单调性和取值情况，根据分析的取值情况，对进行变形分析，分析的零点情况，从而确定的关系.

解析：令，

则，，所以．

因为在上单调递减，且，

所以当时，；当时，．

因为，所以当时，；当时，．

若，则，

令，则，

，所以．

又，且，所以有两个不同的零点，

且，所以均大于0，所以在上单调递增，

又，所以，所以，

满足，所以．故选C．

变式3：【2024年深圳市高三年级第一次调研】

已知函数，设曲线在点处切线的斜率为，若均不相等，且，则的最小值为\_\_\_\_\_\_．

法一：由导数的几何意义结合换元法得出，再由基本不等式得出最小值.

法二：由导数的几何意义整理得，再由三角换元结合基本不等式得出最值.

法一：由于有三个不等的实根，即与轴交于三个点，故为型：

，

不妨设，故，

故，

，即，

即，

故；

当，即时取等号．

法二：解：由已知，



，

，

，

由得，，

介于，之间 ，



．

令，则



，

当且仅当，即时，等号成立．

的最小值为18．