**南京市秦淮中学2024-2025学年高二下期中模拟考试卷**

**数学**

**一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．**

1．在平行六面体*ABCD*－*A*1*B*1*C*1*D*1中，已知＝***a***，＝***b***，＝***c***，则＝（ ）．

A．***a***＋***b***＋***c*** B． ***a***＋***b***－***c***

C．***a***－***b***＋***c*** D．－***a***＋***b***＋***c***

2．把4本不同的书分给3名同学，每个同学至少一本，则不同的分发数为（ ）．

A．36种 B． 24种 C． 18种 D．12种

3．若(1＋*x*)*n*的展开式中第3项与第7项的系数相等，则展开式中二项式系数最大的项为（ ）．

A． 第4项 B． 第5项 C． 第6项 D．第7项

4．已知空间中三点*A*(0，0，0)，*B* (1，－1，2)，*C* (－1，－2，1)，以*AB*，*AC*为邻边的平行四边形的面积为（ ）．

A． B． C． 3 D． 3

5．为践行“绿水青山就是金山银山”理念，某校在第46个植树节来临之际，从高一､高二､高三中各选派6名学生参加植树造绿活动，其中三个年级参加活动的学生中男生人数分别为3，3，4，活动结束后，随机推选一名学生汇报活动体会，如果选到的是高二学生，则选到的是男生的概率为（ ）．

A． B． C． D．

6．函数*f*(*x*)＝的部分图象大致为(　　)

7．已知*A*，*B*，*C*，三点不共线，点*O*在平面*ABC*外，点*P*满足＝*x*＋＋，则当点*P*，*A*，*B*，*C*共面时，实数*x*＝（ ）．

A．－ B．－ C． D．

8．若函数*f* (*x*)＝*x*－sin2*x*＋*a*sin*x*在(－∞，＋∞)单调递增，则*a*的取值范围是( )

A．[－1，1] B．[－1，] C．[－，] D．[－1，－]

1. **多项选择题：题目要求．全部选对的得6分，部分选对的得部分．**

9．若*P* ( *A* )＝，*P* ( *B* )＝，求*P*( *B***|** *A* )＝则下列说法正确的是（ ）

A． *P* ( *AB* )＝ B． 事件*A*与*B*相互独立

C．*P* ( *A*∪*B* )＝ D．*P*( *B***|**  )＝

10．如图，在正四棱柱*ABCD*－*A*1*B*1*C*1*D*1中，*M*是*BB*1的中点，*AA*1＝2*AB*＝2，则（ ）．

A．*AM*⊥*CM*

B．*B*1 *D*//平面*MAC*

C．*BC*与平面*MAC*所成角的正弦值为

D．三棱锥*D*1－*MAC*的体积为

11．定义：设*f* *'*(*x*)是*f* (*x*)的导函数，*f''*(*x*)是函数*f* *'*(*x*)的导函数，若方程*f''*(*x*)＝0有实数解*x*0，则称点(*x*0，*f* (*x*0))为函数*y*＝*f* (*x*)的“拐点”．经过探究发现：任何一个三次函数都有“拐点”且“拐点”就是三次函数图象的对称中心．已知函数*f*(*x*)＝*x*3－3*x*＋1，则下列说法中正确的有（ ）．

A． *f* (*x*)的对称中心为(0，1)

B．若关于*x*的方程*f* (*x*)＝*m*有三解，则－1＜*m*＜3

C．若*y*＝*f* (*x*在 [－2，*n*）上有极小值，则*n*＞－1

D． 若 *f* (*x*)在 [*a*，*b*]上的最大值，最小值分别为8，－6，则*a*＋*b*＝0

1. **填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分．**

12．函数*f* (*x*)＝*x*＋2cos*x*在[0，]的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

13．在三棱柱*ABC*－*A*1*B*1*C*1中，所有棱长均为1，且*AA*1⊥底面*ABC*，则点*B*1到平面*ABC*1的距离为　　　　．

14．将6个相同的小球放入编号为1，2，3，4的4个盒子中，恰有2个空盒的放法数为\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**四、解答题：本题共5小题，共77分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．**

15．如图，已知四棱锥*S*－*ABCD*的底面*ABCD*是直角梯形，*AD*∥*BC*，*AD*＝2，∠*ABC*＝90°，*SA*⊥平面*ABCD*，*SA*＝*AB*＝*BC*＝1．

(1)求证：*CD*⊥平面*SAC*；

(2)求平面*SBA*与平面*SCD*所成角的余弦值．



16．在 (*x*＋)*n*的展开式中，二项式系数和为64．

（1）求*n*的值；

（2）求展开式中系数最大项；

（3）求(1＋*x*2)(*x*＋)*n*展开式中*x*4的系数．

17．如图，在四棱锥*P*－*ABCD*中，底面*ABCD*是正方形，*AD*＝2，*AD*⊥平面*PCD*，*PD*⊥*PC*，点*M*为*AB*中点．

（1）证明：平面*PBC*⊥平面*PAD*；

（2）求*CM*与平面*APC*所成角的正弦值的取值范围．

18．甲、乙、丙三人进行传球游戏，每次投掷一枚质地均匀的正方体骰子决定传球的方式：当球在甲手中时，若骰子点数大于3，则甲将球传给乙，若点数不大于3，则甲将球保留继续投掷骰子；当球在乙手中时，若骰子点数大于4，则乙将球传给甲，若点数不大于4，则乙将球传给丙；当球在丙手中时，若骰子点数大于3，则丙将球传给甲，若骰子点数不大于3，则丙将球传给乙．初始时，球在甲手中．

(1 求二次投掷骰子后球在甲手中的概率；

(2) 求三次投掷骰子后球在甲手中的概率；

(3) 投掷*n*(*n*∈**N**\*)次骰子后，记球在乙手中的概率为*pn*，求数列{*pn*}的通项公式．

19．已知函数*f*(*x*)＝ln *x*－*ax*．

(1)讨论函数*f*(*x*)的单调性；

(2)若*x*1，*x*2是方程*f*(*x*)＝0的两不等实根，

①求*a*的取值范围；②求证：*x*1＋*x*2＞．

**南京市秦淮中学2024-2025学年高二下期中模拟考试卷（答案）**

**DABD BCAC**

**ACD**

**BCD**

**ABD**

**一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．**

1．在平行六面体*ABCD*－*A*1*B*1*C*1*D*1中，已知＝***a***，＝***b***，＝***c***，则＝（ ）．

A．***a***＋***b***＋***c*** B． ***a***＋***b***－***c***

C．***a***－***b***＋***c*** D．－***a***＋***b***＋***c***

【答案】D

2．[计数原理]把4本不同的书分给3名同学，每个同学至少一本，则不同的分发数为（ ）．

A．36种 B． 24种 C． 18种 D．12种

【答案】A

3．[二项式]若(1＋*x*)*n*的展开式中第3项与第7项的系数相等，则展开式中二项式系数最大的项为（ ）．

A． 第4项 B． 第5项 C． 第6项 D．第7项

【答案】B

4．[点到线距离]已知空间中三点*A*(0，0，0)，*B* (1，－1，2)，*C* (－1，－2，1)，以*AB*，*AC*为邻边的平行四边形的面积为（ ）．

A． B． C． 3 D． 3

【答案】D

5．【条件概率】为践行“绿水青山就是金山银山”理念，某校在第46个植树节来临之际，从高一､高二､高三中各选派6名学生参加植树造绿活动，其中三个年级参加活动的学生中男生人数分别为3，3，4，活动结束后，随机推选一名学生汇报活动体会，如果选到的是高二学生，则选到的是男生的概率为（ ）．

A． B． C． D．

【答案】B

6．函数*f*(*x*)＝的部分图象大致为(　　)

【答案】C

7．已知*A*，*B*，*C*，三点不共线，点*O*在平面*ABC*外，点*P*满足＝*x*＋＋，则当点*P*，*A*，*B*，*C*共面时，实数*x*＝（ ）．

A．－ B．－ C． D．

【答案】A

8．若函数*f* (*x*)＝*x*－sin2*x*＋*a*sin*x*在(－∞，＋∞)单调递增，则*a*的取值范围是( )

A．[－1，1] B．[－1，] C．[－，] D．[－1，－]

答案:C．

1. **多项选择题：题目要求．全部选对的得6分，部分选对的得部分．**

9．若，，则下列说法正确的是（ ）

A.  B. 事件与相互独立

C.  D. 

【答案】ACD

10．如图，在正四棱柱*ABCD*－*A*1*B*1*C*1*D*1中，*M*是*BB*1的中点，*AA*1＝2*AB*＝2，则（ ）．



A．*AM*⊥*CM* B．*B*1 *D*//平面*MAC*

C．*BC*与平面*MAC*所成角的正弦值为 D．三棱锥*D*1－*MAC*的体积为

【答案】BCD

11．定义：设*f* *'*(*x*)是*f* (*x*)的导函数，*f''*(*x*)是函数*f* *'*(*x*)的导函数，若方程*f''*(*x*)＝0有实数解*x*0，则称点(*x*0，*f* (*x*0))为函数*y*＝*f* (*x*)的“拐点”．经过探究发现：任何一个三次函数都有“拐点”且“拐点”就是三次函数图象的对称中心．已知函数*f*(*x*)＝*x*3－3*x*＋1，则下列说法中正确的有（ ）

A． *f* (*x*)的对称中心为

B．若关于*x*的方程*f* (*x*)＝*m*有三解，则－1＜*m*＜3

C．若*y*＝*f* (*x*在 [－2，*n*）上有极小值，则*n*＞－1

D． 若 *f* (*x*)在 [*a*，*b*]上的最大值，最小值分别为8，－6，则*a*＋*b*＝0

【答案】ABD

1. **填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分．**

12．函数*f* (*x*)＝*x*＋2cos*x*在[0，]的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

13．在三棱柱*ABC*－*A*1*B*1*C*1中，所有棱长均为1，且*AA*1⊥底面*ABC*，则点*B*1到平面*ABC*1的距离为　　　　．

【答案】

14．将6个相同的小球放入编号为1，2，3，4的4个盒子中，恰有2个空盒的放法数为\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】30

**四、解答题：本题共5小题，共77分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．**

15．如图，已知四棱锥*S*－*ABCD*的底面*ABCD*是直角梯形，*AD*∥*BC*，*AD*＝2，∠*ABC*＝90°，*SA*⊥平面*ABCD*，*SA*＝*AB*＝*BC*＝1．

(1)求证：*CD*⊥平面*SAC*；

(2)求平面*SBA*与平面*SCD*所成角的余弦值．



1. 略 5分
2. 平面*SBA*的法向量为***m***＝(0，1，0) 分

cos 〈***n，m***〉＝＝13*分*

16．在 (*x*＋)*n*的展开式中，二项式系数和为64．

（1）求*n*的值；

（2）求(*x*＋)*n*展开式中系数最大项．

（3）求(1＋*x*2)(*x*＋)*n*展开式中*x*4的系数；

【答案】（1）， 5分

（2）240*x*－2 10分

（3） 15分

17．如图，在四棱锥*P*－*ABCD*中，底面*ABCD*是正方形，*AD*＝2，*AD*⊥平面*PCD*，*PD*⊥*PC*，点*M*为*AB*中点．

（1）证明：平面*PBC*⊥平面*PAD*；

（2）求*CM*与平面*APC*所成角的正弦值的取值范围．

【答案】（1）证明见解析 5分

（2） 10分

【解析】

【分析】（1）通过证明平面，证得平面平面；

（2）求出平面的法向量，向量法求线面角的正弦值．

【小问1详解】

证明：因为平面，平面，所以，

又，，平面，平面，

所以平面．

又平面，所以平面平面．

【小问2详解】

以，所在直线为，轴，以过点垂直于平面的直线为轴，

建立如图所示的空间直角坐标系，



过作，垂足为，

因为平面，平面，所以，

又，平面，平面，所以平面．

【小问3详解】

设，则，

因为，所以，

则有，，则，

设平面的法向量为，则，

取，则，，即平面的一个法向量为，

所以



，

因为，所以，故，

又与平面所成角的正弦值为，

所以与平面所成角的正弦值的取值范围是．

18．甲、乙、丙三人进行传球游戏，每次投掷一枚质地均匀的正方体骰子决定传球的方式：当球在甲手中时，若骰子点数大于3，则甲将球传给乙，若点数不大于3，则甲将球保留继续投掷骰子；当球在乙手中时，若骰子点数大于4，则乙将球传给甲，若点数不大于4，则乙将球传给丙；当球在丙手中时，若骰子点数大于3，则丙将球传给甲，若骰子点数不大于3，则丙将球传给乙．初始时，球在甲手中．

(1 求二次投掷骰子后球在甲手中的概率；

(2) 求三次投掷骰子后球在甲手中的概率；

【解答】

（1）

（2） 第一种情况：甲→甲→甲→甲，概率为××＝；第二种情况：甲→乙→甲→甲，概率为××＝；第三种情况：甲→乙→丙→甲，概率为××＝；第四种情况：甲→甲→乙→甲，概率为××＝．所以三次投掷骰子后球在甲手中的概率为＋＋＋＝．

(3) 投掷*n*(*n*∈**N**\*)次骰子后，记球在乙手中的概率为*pn*，求数列{*pn*}的通项公式．

【解答】 （3）由于投掷*n*次骰子后球不在乙手中的概率为1－*pn*，此时无论球在甲手中还是球在丙手中，均有的概率传给乙，故有*pn*＋1＝(1－*pn*)，变形为*pn*＋1－＝－．又*p*1＝，所以数列是首项为*p*1－＝，公比为－的等比数列，即*pn*－＝×*n*－1＝－×*n*．故数列{*pn*}的通项公式为*pn*＝－×*n*．

19．已知函数*f*(*x*)＝ln *x*－*ax*．

(1)讨论函数*f*(*x*)的单调性；

(2)若*x*1，*x*2是方程*f*(*x*)＝0的两不等实根，

①求*a*的取值范围；②求证：*x*1＋*x*2＞．

答案：

1. 当*a*≤0，*f*(*x*)在(0，＋∞)上增，

当*a*＞0，*f*(*x*)在(0，)上增，在(，＋∞)上减，5分

1. ①由（1）知*f*()＞0，所以得到ln－1＞0，0＜*a*＜，10分

②不妨设*x*1＜＜*x*2．要证：*x*1＋*x*2＞．只要证：－*x*1＜*x*2，*f*(*x*)在在(，＋∞)上减

*f*(－*x*1)＞*f*(*x*2)，即*f*(－*x*1)－*f*(*x*2)＞0，即*f*(－*x*1)－*f*(*x*1)＞0，而*f*(－*x*1)＝ln (－*x*1)－*a*(－*x*1)－ln *x*1＋*ax*1＝ln (－*x*1)－ln *x*1－2＋2*ax*1，0＜*x*1＜，*g'*(*x*1)＝＋2*a*，*g'*(*x*1)＜0，*g*(*x*1)＞*g*()，所以*f*(－*x*1)－*f*(*x*2)＞0，即*f*(－*x*1)＞*f*(*x*2)，即－*x*1＜*x*2即得证：*x*1＋*x*2＞．