**南京市秦淮中学2023级高二年级期中模拟(2)**

**（数学）**

**一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．**

1．若复数*z*满足(1－3i)*z*＝3－i（i为虚数单位），则*z*的模**|***z***|**＝（ ）

A. B. 1 C. D. 5

2．直线 ＋＝1的倾斜角为（ ）

A． B． C． D．

3．已知平面向量***a***，***b***满足**|*a*|**＝，**|*b*|**＝1，***a***⊥(***a***＋2***b***)则向量***a***，***b***的夹角为（ ）

A． B． C． D．

4．已知*m*，*n*是不重合的直线，*α*，*β*，γ是不重合的平面，则下列说法正确的是（ ）

A． 若*α*⊥γ，*β*⊥γ，则*α*∥*β* B． *m*⊂*α*，*n*⊂*α*，*m*∥*β*，*n*∥*β*，则*α*∥*β*

C．若*α*⊥*β*，*m*⊥*β*，则 D．*m*∥*α*，*m*⊂*β*，*α*∩*β*＝*n*，则*m*∥*n*

5．已知*A*(－1，0)，*B*是圆*F*：x2－2x＋y2－11＝0（*F*为圆心）上一动点，线段*AB*的垂直平分线交*BF*于点*P*，则动点*P*的轨迹方程为（ ）．

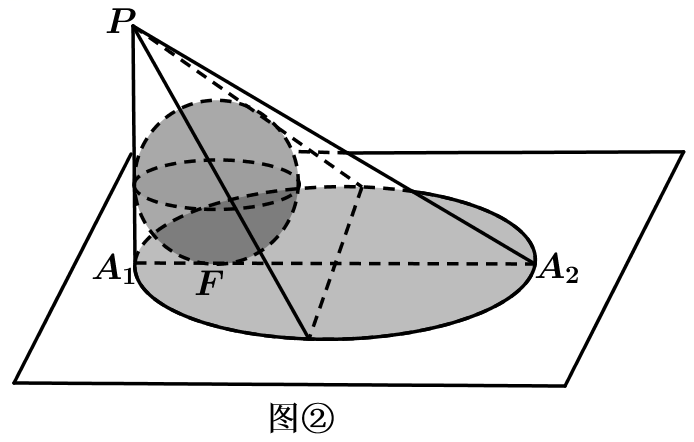
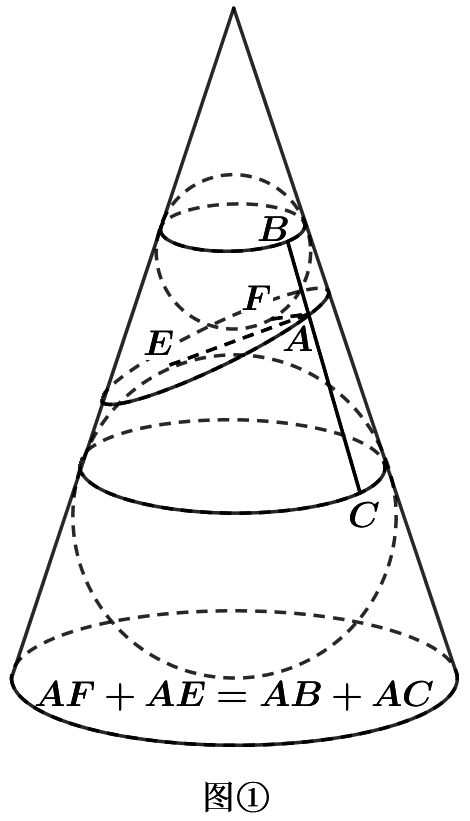
A．＋＝1 B．＋＝1 C．＋＝1 D．＋＝1

6．设直线*a*x＋y＋2＝0与圆*C*：x2＋(y－2)2＝4相交于*A*，*B*两点，且△*ABC*的面积为2，则*a*＝（ ）．

A. ± B. ± C. ± D. ±

7．如图①，用一个平面去截圆锥，得到的截口曲线是椭圆．许多人从纯几何的角度出发对这个问题进行过研究，其中比利时数学家*Ger*min*al* *dandelin*（1794-1847）的方法非常巧妙，极具创造性．在圆锥内放两个大小不同的球，使得它们分别与圆锥的侧面，截面相切，两个球分别与截面相切于*E*，*F*，在截口曲线上任取一点*A*，过*A*作圆锥的母线，分别与两个球相切于*C*，*B*，由球和圆的几何性质，可以知道，*AE*＝*AC*，*AF*＝*AB*，于是*AE*＋*AF*=*AB*＋*AC*＝*BC*．由*B*，*C*的产生方法可知，它们之间的距离*BC*是定值，由椭圆定义可知，截口曲线是以*E*，*F*为焦点的椭圆．

如图②，一个半径为2的球放在桌面上，桌面上方有一个点光源*P*，则球在桌面上的投影是椭圆．已知*A*1*A*2是椭圆的长轴，*PA*1垂直于桌面且与球相切，*PA*1＝5，则椭圆的离心率为( )．



A． B． C． D．

8．已知点*A*(0，0)，*B*(2，0)，圆(x－4)2＋(y－4)2＝*r*2上恰有两点*Pi*(*i*＝1，2）满足＝0，则*r*的取值范围是( )．

A．[4，6] B．(4，6) C．[－6，－4]∪[4，6] D．(－6，－4)∪(4，6)

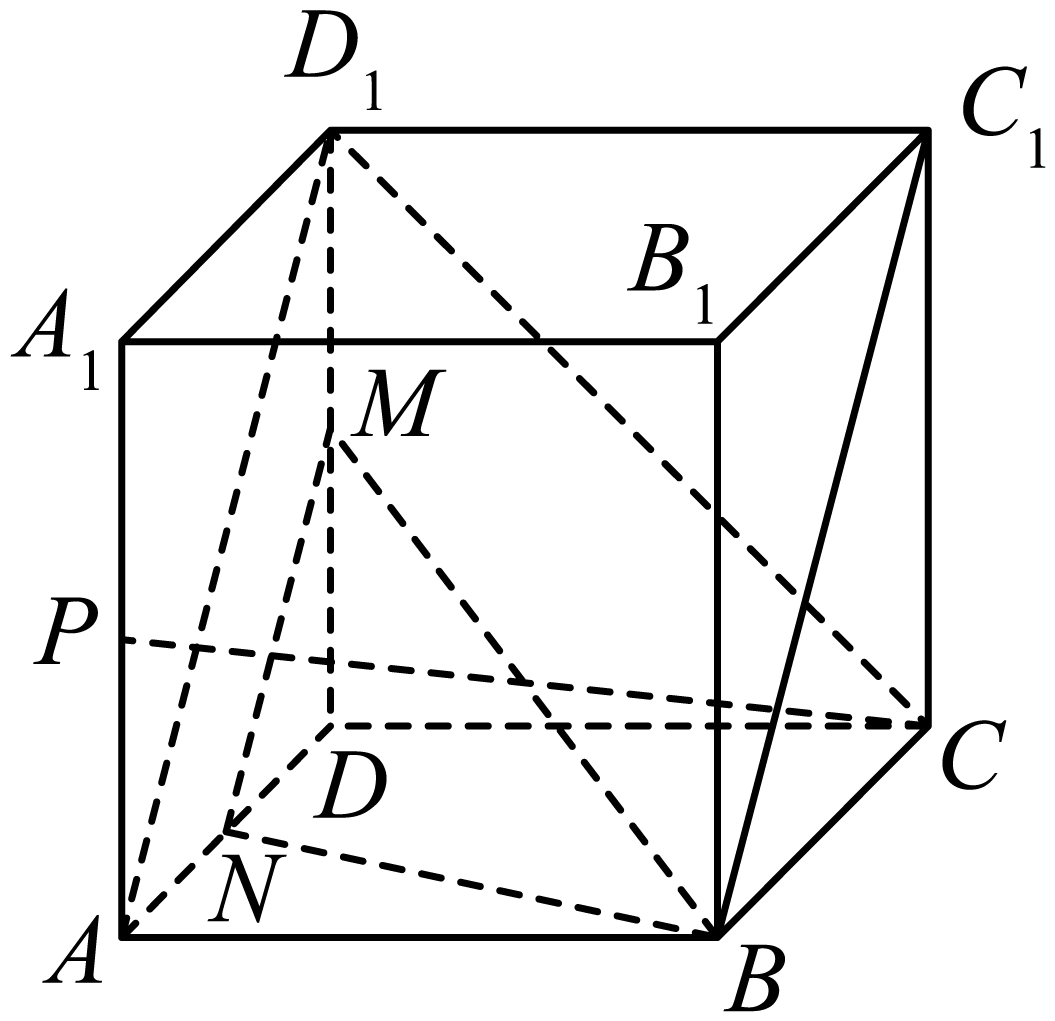
1. **题目要求．全部选对的得6分，部分选对的得部分．**

9．设抛物线*C*：*y*2＝2*px*(*p*＞0)的焦点为*F*，点*M*在*y*轴上，若线段*FM*的中点*B*在抛物线上，且点*B*到抛物线的准线的距离为，则（ ）

A． *p*＝ B．点*M*的坐标为(0，2)

C．S△*MOF*＝ D．直线*FM*的方程为2x＋y－2＝0

10. 如图，在正方体*ABCD*－*A*1*B*1*C*1*D*1中，*M*，*N*，*P*分别是*DD*1，*AD*，*AA*1的中点，则（ ）

A．*PC*⊥平面*ABC*1*D*1

B． 异面直线*MN*和*CD*1所成的角为60°

C．直线*AD*与平面*ABC*1*D*1 所成的角为45°

*D*．点*D*与点*P*到平面*BMN*的距离相等

11． 已知曲线*C*：4*x***|***x***|**＝*y***|***y***|**－4．点*F*1(0，)，*F*2(0，－)，则以下说法正确的是（ ）．

A． 曲线*C*关于原点对称．

B．曲线*C*存在点*P*，使得*PF*1－*PF*2＝4．

C．直线y＝2*x*与曲线*C*没有交点．

D． 点*Q*是曲线*C*上在第三象限内一点，过点*Q*向y＝±2*x*作垂线，垂足分别为*A*，*B*，则**|***QA***|***·***|***QB***|**＝．

1. **填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分．**

12． 点*P*(3，4)关于直线*x*＋*y*＋1＝0对称的点*Q*的坐标为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

13． 已知*O*为坐标原点，抛物线*C*：*y*2＝2*px*(*p*＞0)的焦点为*F*，*P*为*C*上一点，*PF*与*x*轴垂直，*Q*为*x*轴上一点，且*PQ*⊥*OP*．若|*FQ*|＝6，则*C*的准线方程为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

14．设双曲线*C*：*x*2－*y*2＝1，焦点为*F*1，*F*2，坐标原点为*O*，*P*为*C*上任意一点，则＝\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**四、解答题：本题共5小题，共77分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．**

15．在△*ABC*中，角*A*，*B*，*C*，所对的边分别为*a*，*b*，*c*且*b*sin*A*－*a*cos*B*－2*a*＝0．

（1）求*B* 的大小；

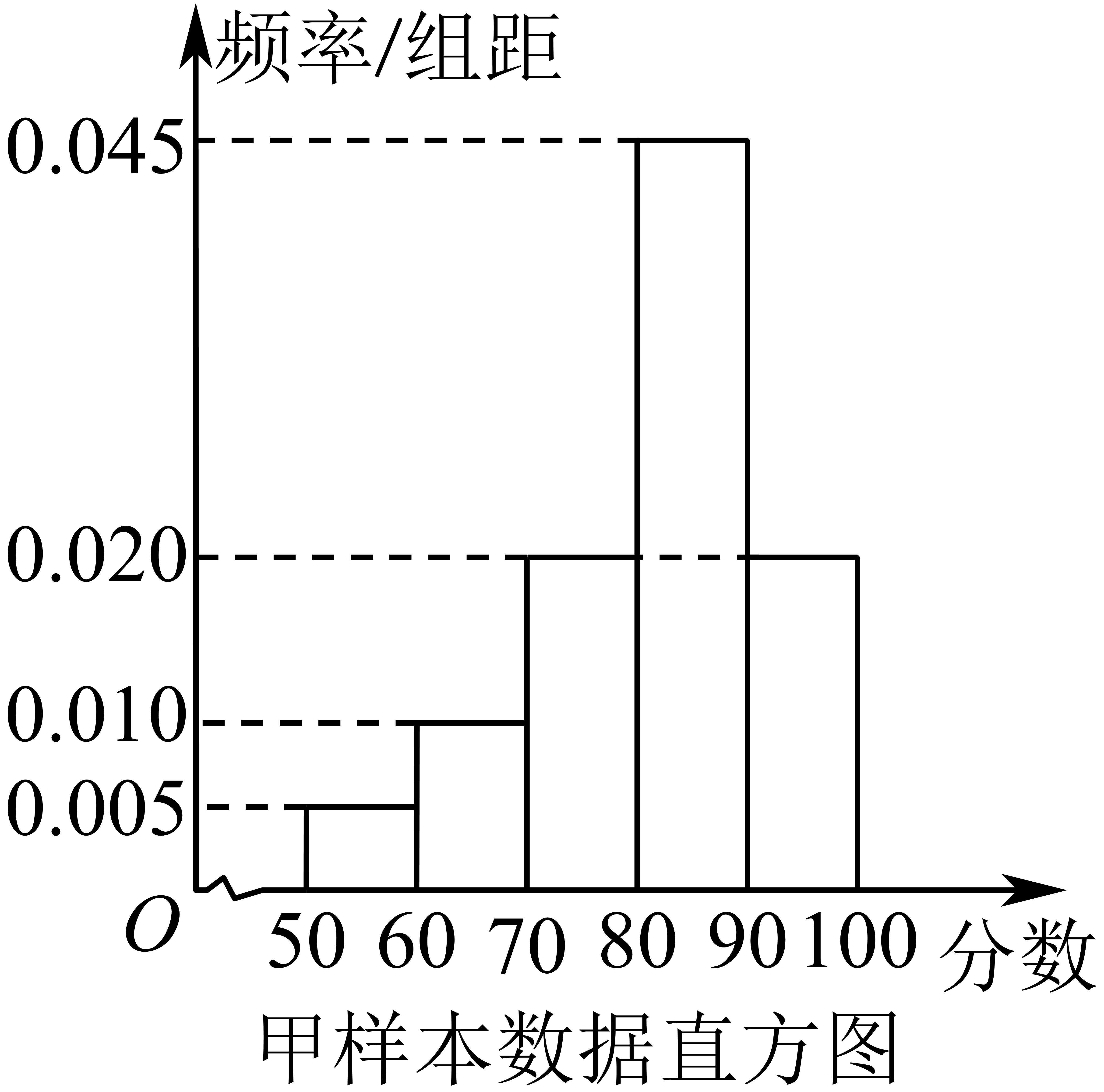
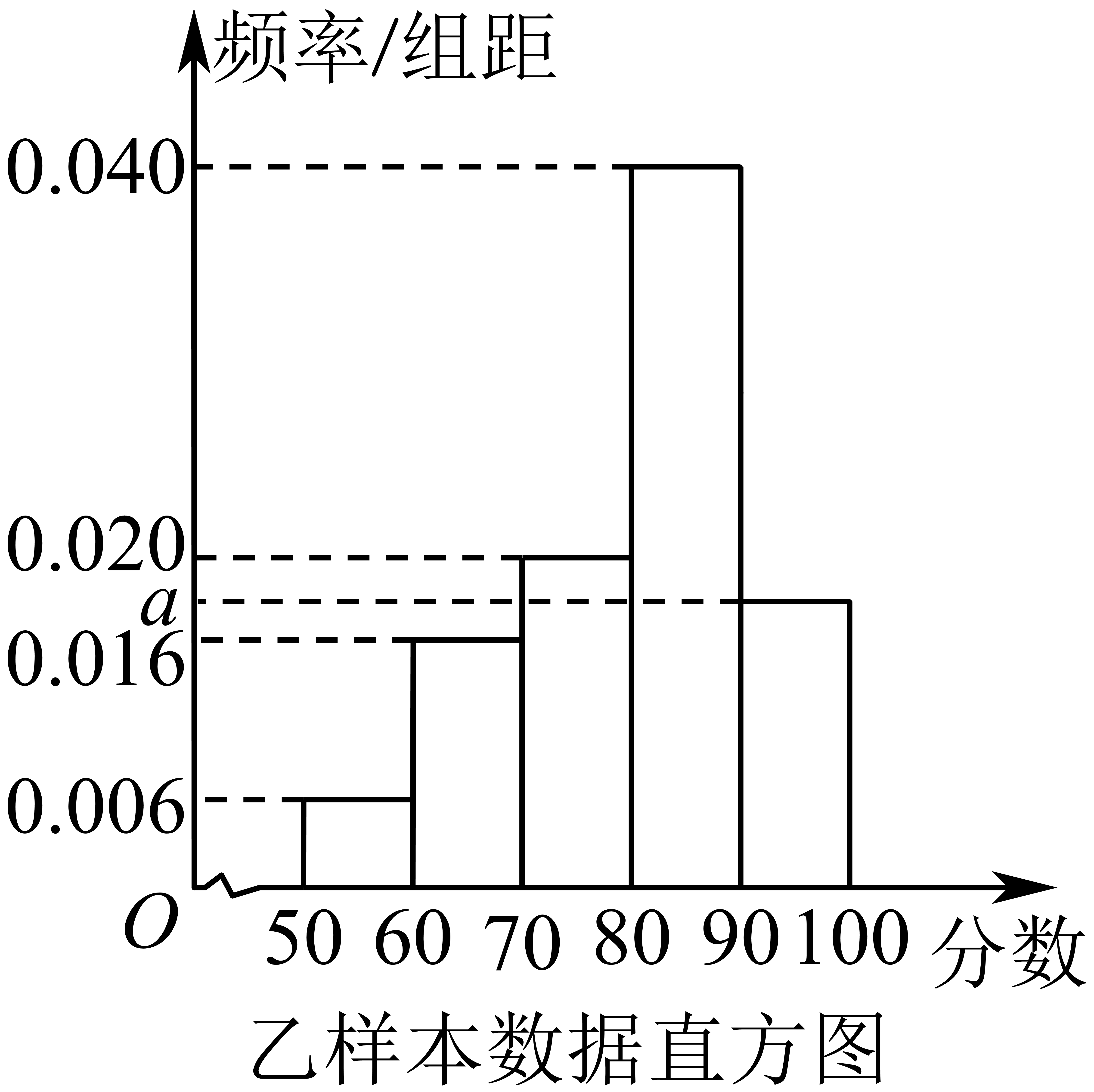
（2）若*b*＝，△*ABC*的面积为，求*a*＋*c*的值．

16． 在平面直角坐标系中，圆*C*的方程为x2＋y2－2*m*x－(4*m*－6)y＋5*m*2－12*m*＋8＝0．

（1）当*m*＝－1时，过原点*O*作直线*l*与圆*C*相切，求直线*l*的方程；

（2）对于*P*(－2，2 )，若圆*C*上存在点*M*，使*MP*＝*MO*，求实数*m*的取值范围．

17．某学校为了解本校身体素质情况，分别从男生中随机抽取60人的体育测试成绩得到样本甲，从女生中随机抽取*n*人的体育测试成绩得到样本乙，根据两个样本数据分别得到如下直方图．

已知乙样本中数据在[80，90)的有40个．

（1）求*n*和乙样本直方图中*a*的值；

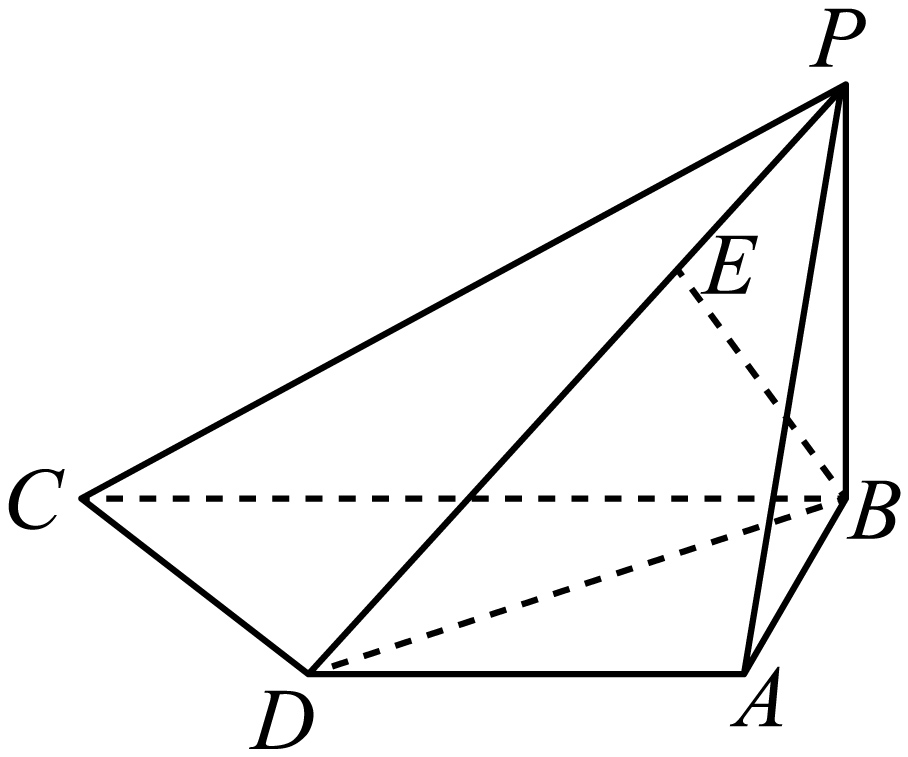
（2）试估计该校女生本次体育测试成绩的平均值和男生本次体育测试成绩的上四分位数（同一组中的数据用该组区间中点值为代表）；

（3）采用分层抽样方法从甲样本数据中分数在[50，80)的学生中抽取7人，并从这7人中任取2人，求这两人分数都在[70，80)中的概率．

18．已知四棱锥*P*－*ABCD*中，底面*ABCD*是直角梯形，*AD*∥*BC*，*AB*⊥*BC*，*AB*＝*AD*＝1，*BC*＝2，又*PB*⊥平面*ABCD*，且*PB*＝1，点*E*在棱*PD*上，且*BE*⊥*PD*．

（1）求证：*BE*⊥平面*PCD*；

（2）求锐二面角*B*－*PC*－*D*的余弦值．



19．椭圆*C*与椭圆*C*1：＋*y*2＝1有相同的焦点，且经过点*P*(1， )．

（1）求椭圆*C*的方程；

（2）椭圆*C*的右焦点为*B*，设动直线*l*与坐标轴不垂直，*l*与椭圆*C*交于不同的*M*，*N*两点，且直线*BM*和*BN*的斜率互为相反数．证明：动直线*l*恒过*x*轴上的某个定点，并求出该定点的坐标．

**一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．**

1．若复数*z*满足(1－3i)*z*＝3－i（i为虚数单位），则*z*的模**|***z***|**＝（ ）

A. B. 1 C. D. 5

【答案】B

2．直线 ＋＝1的倾斜角为（ ）

A． B． C． D．

【答案】D

3．已知平面向量***a***，***b***满足**|*a*|**＝，**|*b*|**＝1，***a***⊥(***a***＋2***b***)则向量***a***，***b***的夹角为（ ）

A． B． C． D．

【答案】A

4．已知*m*，*n*是不重合的直线，*α*，*β*，γ是不重合的平面，则下列说法正确的是（ ）

A．若*α*⊥γ，*β*⊥γ，则*α*∥*β* B． *m*⊂*α*，*n*⊂*α*，*m*∥*β*，*n*∥*β*，则*α*∥*β*

C．若*α*⊥*β*，*m*⊥*β*，则 D． *m*∥*α*，*m*⊂*β*，*α*∩*β*＝*n*，则*m*∥*n*

【答案】D

5．已知*A*(－1，0)，*B*是圆*F*：x2－2x＋y2－11＝0（*F*为圆心）上一动点，线段*AB*的垂直平分线交*BF*于点*P*，则动点*P*的轨迹方程为（ C ）．

A．＋＝1 B．＋＝1 C．＋＝1 D．＋＝1

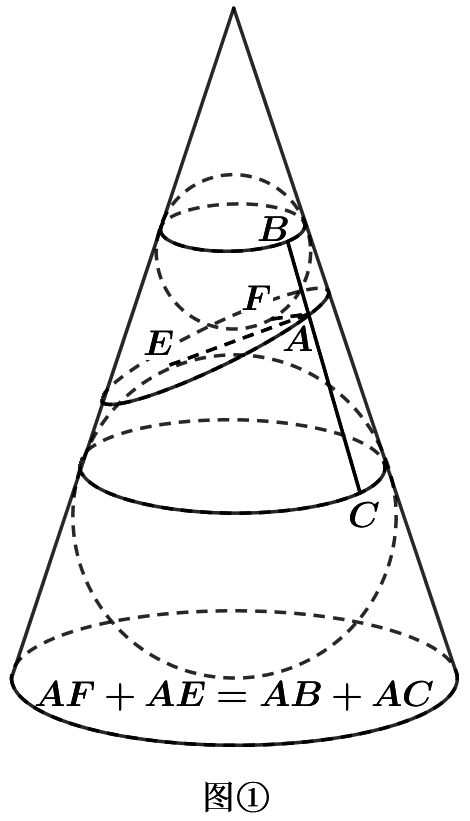
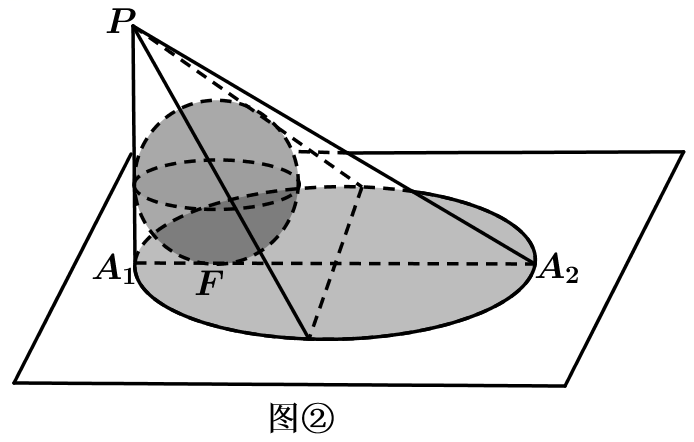
6．设直线*a*x＋y＋2＝0与圆*C*：x2＋(y－2)2＝4相交于*A*，*B*两点，且△*ABC*的面积为2，则*a*＝（ ）．

A. ± B. ± C. ± D. ±

【答案】A

7．如图①，用一个平面去截圆锥，得到的截口曲线是椭圆．许多人从纯几何的角度出发对这个问题进行过研究，其中比利时数学家*Ger*min*al* *dandelin*（1794-1847）的方法非常巧妙，极具创造性．在圆锥内放两个大小不同的球，使得它们分别与圆锥的侧面，截面相切，两个球分别与截面相切于*E*，*F*，在截口曲线上任取一点*A*，过*A*作圆锥的母线，分别与两个球相切于*C*，*B*，由球和圆的几何性质，可以知道，*AE*＝*AC*，*AF*＝*AB*，于是*AE*＋*AF*=*AB*＋*AC*＝*BC*．由*B*，*C*的产生方法可知，它们之间的距离*BC*是定值，由椭圆定义可知，截口曲线是以*E*，*F*为焦点的椭圆．

如图②，一个半径为2的球放在桌面上，桌面上方有一个点光源*P*，则球在桌面上的投影是椭圆．已知*A*1*A*2是椭圆的长轴，*PA*1垂直于桌面且与球相切，*PA*1＝5，则椭圆的离心率为( C )．



A． B． C． D．

8．已知点*A*(0，0)，*B*(2，0)，圆(x－4)2＋(y－4)2＝*r*2上恰有两点*Pi*(*i*＝1，2）满足＝0，则*r*的取值范围是( D )．

A．[4，6] B．(4，6) C．[－6，4∪][4，6] D．(－6，4)∪(4，6)

1. **题目要求．全部选对的得6分，部分选对的得部分．**

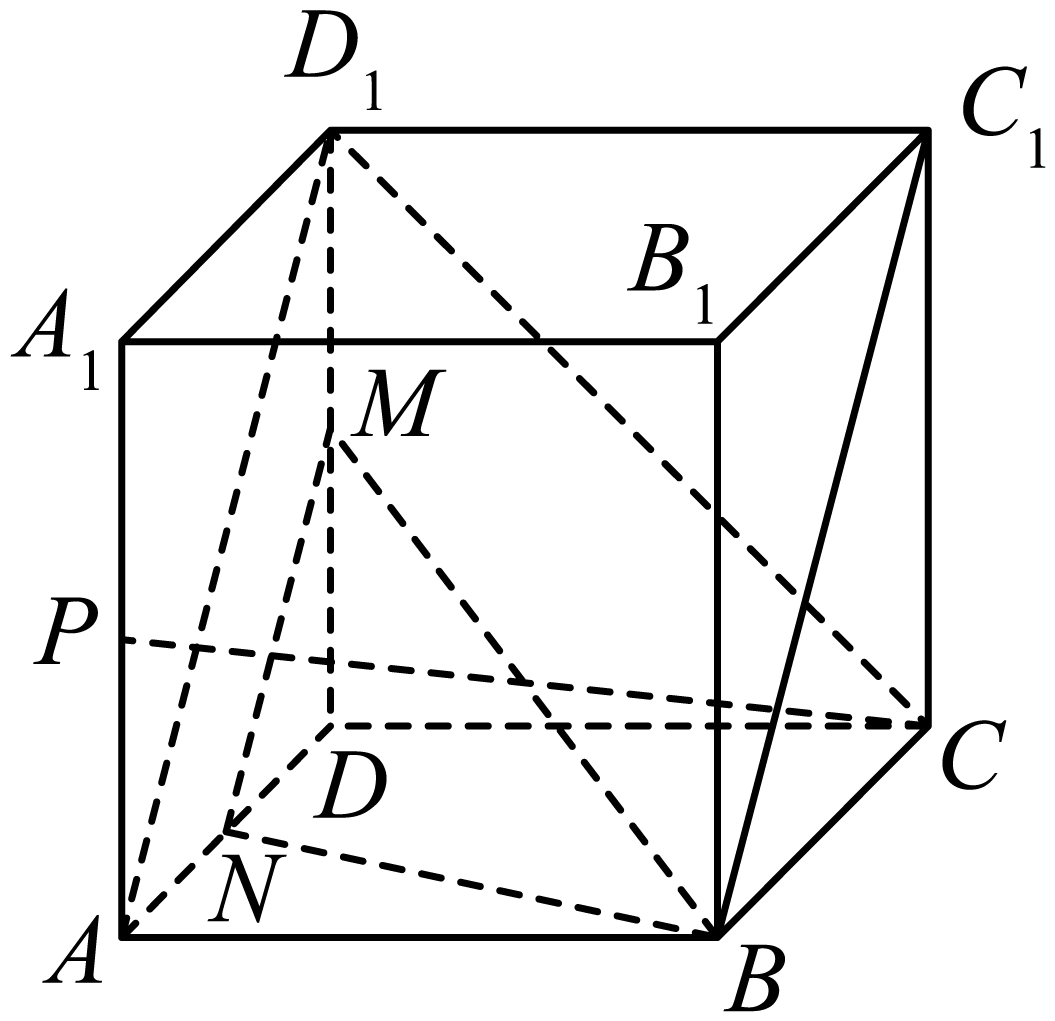
9．设抛物线*C*：*y*2＝2*px*的焦点为*F*，点*M*在*y*轴上，若线段*FM*的中点*B*在抛物线上，且点*B*到抛物线的准线的距离为，则（ ）

A． *p*＝ B．点*M*的坐标为(0，2)

C．S△*MOF*＝ D．直线*FM*的方程为2x＋y－2＝0

【答案】AC

10. 如图，在正方体*ABCD*－*A*1*B*1*C*1*D*1中，*M*，*N*，*P*分别是*DD*1，*AD*，*AA*1的中点，则（ ）



A． *PC*⊥平面*ABC*1*D*1 B． 异面直线*MN*和*CD*1所成的角为60°

C．直线*AD*与平面*ABC*1*D*1 所成的角为45° *D*．点*D*与点*P*到平面*BMN*的距离相等

【答案】BC

11． 已知曲线*C*：4x**|**x**|**＝y**|**y**|**－4．点*F*1(0，)，*F*2(0，－)，则以下说法正确的是（ ）．

A． 曲线*C*关于原点对称

B．曲线*C*存在点*P*，使得*PF*1－*PF*2＝4

C．直线y＝2x与曲线*C*没有交点

D． 点*Q*是曲线*C*上在第三象限内一点，过点*Q*向y＝±2x作垂线，垂足分别为*A*，*B*，则*QAQB*＝

【答案】CD

12． 点*P*(3，4)关于直线*x*＋*y*＋1＝0对称的点*Q*的坐标为\_\_\_\_\_\_．

【答案】

13．已知*O*为坐标原点，抛物线*C*：*y*2＝2*px*(*p*＞0)的焦点为*F*，*P*为*C*上一点，*PF*与*x*轴垂直，*Q*为*x*轴上一点，且*PQ*⊥*OP*．若|*FQ*|＝6，则*C*的准线方程为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

答案：*x*＝－

14．设双曲线*C*：*x*2－*y*2＝1，焦点为*F*1，*F*2，坐标原点为*O*，*P*为*C*上任意一点，则＝\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】1

15．在△*ABC*中，角*A*，*B*，*C*，所对的边分别为*a*，*b*，*c*且*b*sin*A*－*a*cos*B*－2*a*＝0．

（1）求*B* 的大小；

（2）若*b*＝，△*ABC*的面积为，求*a*＋*c*的值．

【答案】(1) ;(2) .

16． 在平面直角坐标系中，圆*C*的方程为x2＋y2－2*m*x－(4*m*－6)y＋5*m*2－12*m*＋8＝0．

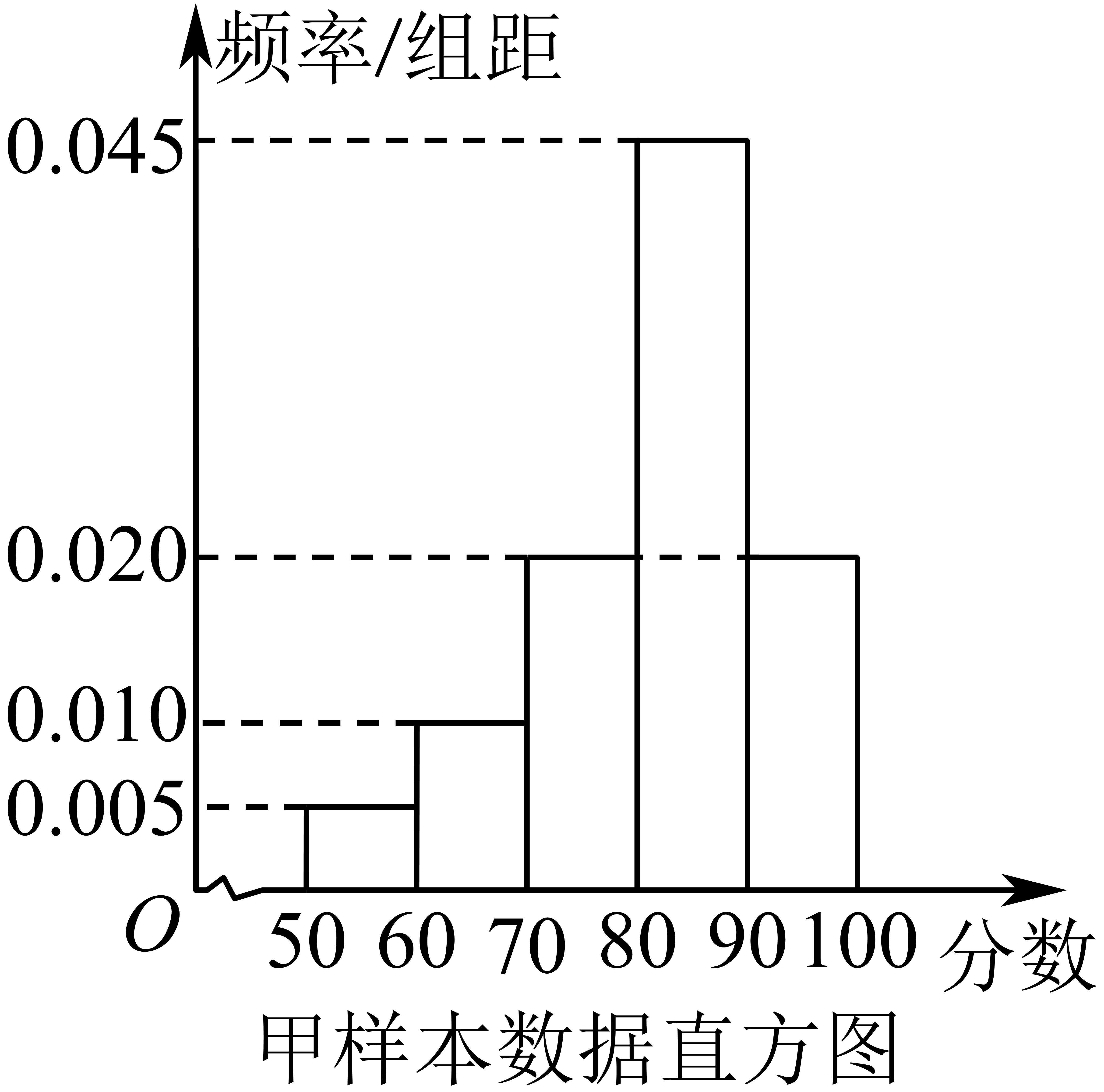
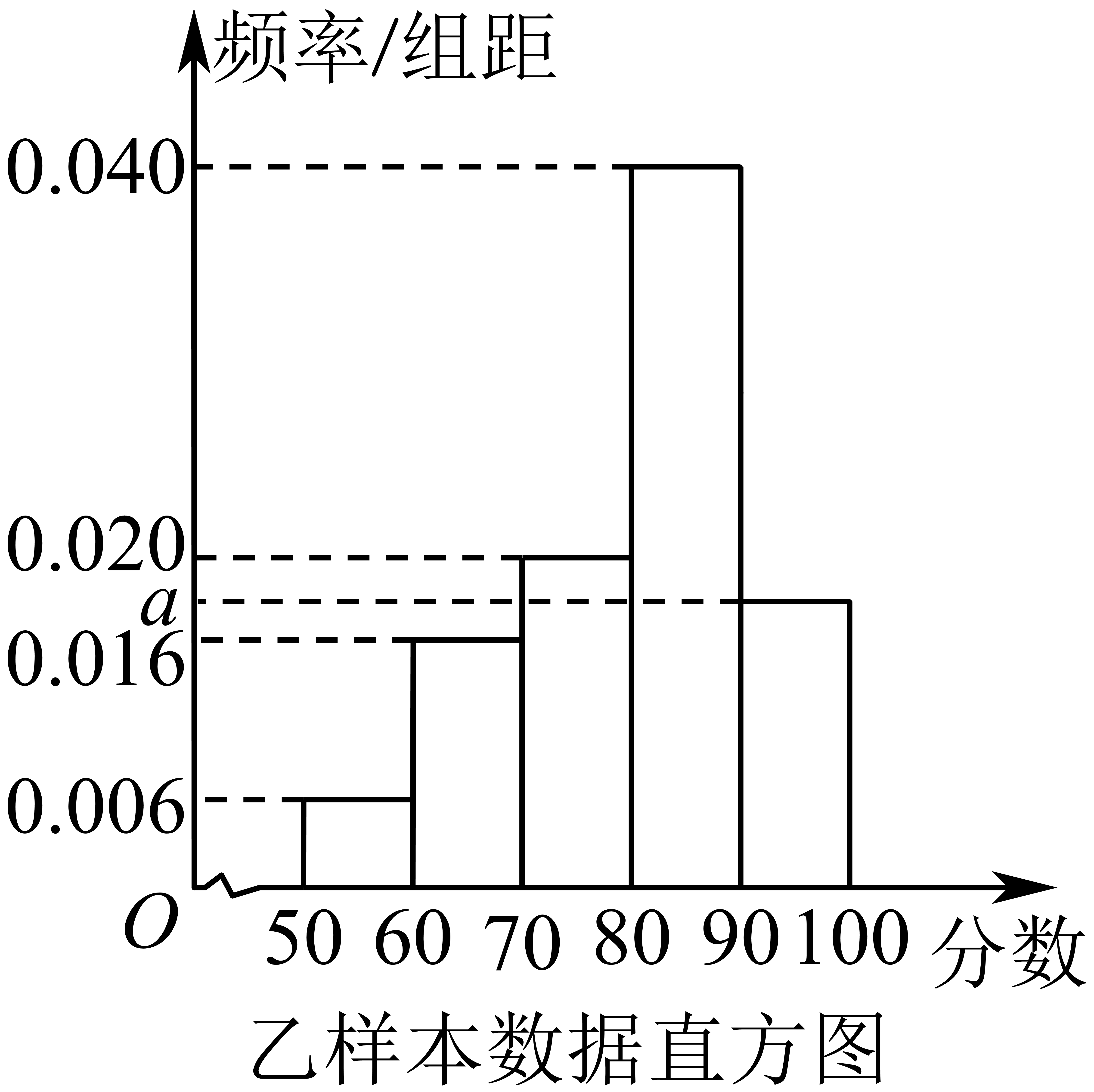
（1）当*m*＝－1时，过原点*O*作直线*l*与圆*C*相切，求直线*l*的方程；

（2）对于*P*(－2，2 )，若圆*C*上存在点*M*，使*MP*＝*MO*，求实数*m*的取值范围．

【答案】（1）或

（2）

17．某学校为了解本校身体素质情况，分别从男生中随机抽取60人的体育测试成绩得到样本甲，从女生中随机抽取*n*人的体育测试成绩得到样本乙，根据两个样本数据分别得到如下直方图．

已知乙样本中数据在[80，90)的有40个．

（1）求*n*和乙样本直方图中*a*的值；

（2）试估计该校女生本次体育测试成绩的平均值和男生本次体育测试成绩的上四分位数（同一组中的数据用该组区间中点值为代表）；

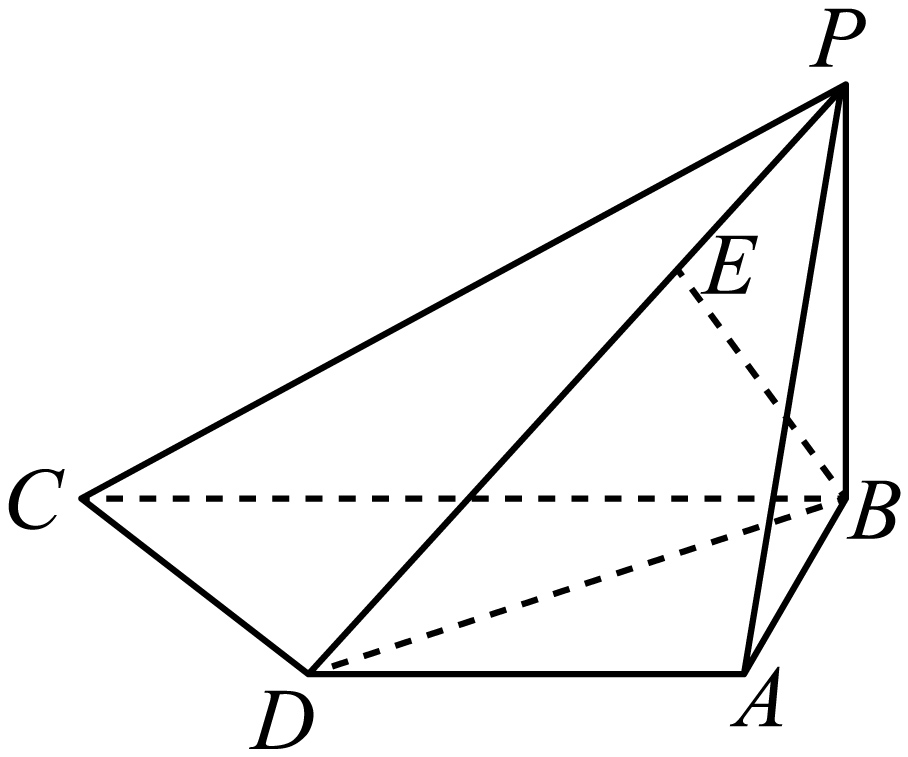
（3）采用分层抽样方法从甲样本数据中分数在[50，80)的学生中抽取7人，并从这7人中任取2人，求这两人分数都在[70，80)中的概率．

【答案】（1），

（2）平均值为，四分位数为

（3）

18．已知四棱锥*P*－*ABCD*中，底面*ABCD*是直角梯形，*AD*∥*BC*，*AB*⊥*BC*，*AB*＝*AD*＝1，*BC*＝2，又*PB*⊥平面*ABCD*，且*PB*＝1，点*E*在棱*PD*上，且*BE*⊥*PD*．



（1）求证：*BE*⊥平面*PCD*；

（2）求锐二面角*B*－*PC*－*D*的余弦值．

【答案】（1）证明见解析；（2）．

19．椭圆*C*与椭圆*C*1：＋*y*2＝1有相同的焦点，且经过点*M*(1， )．

（1）求椭圆*C*的方程；

（2）椭圆*C*的右焦点为*B*，设动直线*l*与坐标轴不垂直，*l*与椭圆*C*交于不同的*M*，*N*两点，且直线*BM*和*BN*的斜率互为相反数．证明：动直线*l*恒过*x*轴上的某个定点，并求出该定点的坐标．

【答案】（1）

（2）①证明见解析，定点；②

【解析】

【分析】（1）根据椭圆的焦点及椭圆过的点列方程求解即可；

（2）①先联立方程组得出韦达定理再计算斜率和即可；②结合定点列出面积再换元得出面积的最大值.

小问1详解】

椭圆：的焦点坐标为，

所以椭圆的焦点坐标也为，即得焦距为，

∵椭圆过点，

∴，

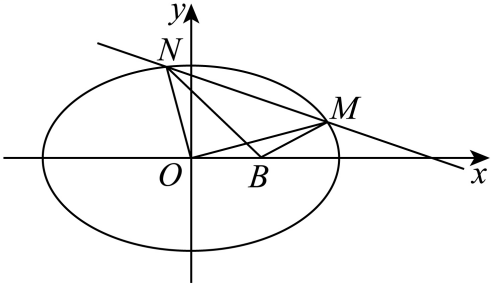
∴，，

∴椭圆的标准方程为.

【小问2详解】

设直线：（），

由，得，



设，，所以，，

所以

，

因为直线和的斜率互为相反数，

所以，所以，

所以，

所以.

即，所以，

因为，所以，所以动直线恒过轴上的定点

②由①知，，

且，即，

又



令，则，

∴

（当且仅当时取“＝”）

∴.