**期中模拟一答案和解析**

1. 【答案】$A$  2.【答案】$A$  3.【答案】$A$
2. 4.【答案】$D$

【解析】解：单位向量$|\vec{a}|=|\vec{b}|=1$，$\vec{a}⋅\vec{b}=1×1×cos60°=\frac{1}{2}$，
对于$A$，$(\vec{a}+2\vec{b})⋅\vec{b}=\vec{a}⋅\vec{b}+2\vec{b}^{2}=\frac{1}{2}+2=\frac{5}{2}$，所以$(\vec{a}+2\vec{b})$与$\vec{b}$不垂直；
对于$B$，$(2\vec{a}+\vec{b})⋅\vec{b}=2\vec{a}⋅\vec{b}+\vec{b}^{2}=2×\frac{1}{2}+1=2$，所以$(2\vec{a}+\vec{b})$与$\vec{b}$不垂直；
对于$C$，$(\vec{a}−2\vec{b})⋅\vec{b}=\vec{a}⋅\vec{b}−2\vec{b}^{2}=\frac{1}{2}−2=−\frac{3}{2}$，所以$(\vec{a}−2\vec{b})$与$\vec{b}$不垂直；
对于$D$，$(2\vec{a}−\vec{b})⋅\vec{b}=2\vec{a}⋅\vec{b}−\vec{b}^{2}=2×\frac{1}{2}−1=0$，所以$(2\vec{a}−\vec{b})$与$\vec{b}$垂直．
5.【答案】$D$

【解答】解：$sin2α−cos2α=\frac{2sin αcos α−cos^{2} α+sin^{2} α}{sin^{2} α+cos^{2} α}=\frac{2tanα−1+tan^{2}α}{tan^{2}α+1}=\frac{2×1−1+1^{2}}{1^{2}+1}=1$．
6.【答案】$B$  7.【答案】$C$

8.【答案】$B$

$+BC^{2}−2AB⋅BCcos∠ABC=25+16−2×20×\frac{1}{2}=21$，即$AC=\sqrt[ ]{21}$，
所以题图圆的直径$2r=\frac{AC}{sin∠ABC}=2\sqrt[ ]{7}$，故$BD=2\sqrt[ ]{7}$，又$∠BAD=∠BCD=\frac{π}{2}$，
所以$AD=\sqrt[ ]{BD^{2}−AB^{2}}=\sqrt[ ]{3}$，$CD=\sqrt[ ]{BD^{2}−BC^{2}}=2\sqrt[ ]{3}$，
由四边形$ABCD$四点共圆，故$∠ADC=π−∠ABC=\frac{2π}{3}$，所以$S\_{△ACD}=\frac{1}{2}AD⋅CD⋅sin∠ADC=\frac{3\sqrt[ ]{3}}{2}$．
9.【答案】$ABD$

【解答】解：对于$A$，因为$sin^{2}A+sin^{2}B<sin^{2}C$，所以由正弦定理得$a^{2}+b^{2}<c^{2}$，所以$cosC=\frac{a^{2}+b^{2}−c^{2}}{2ab}<0$，所以$C$为钝角，所以三角形$ABC$是钝角三角形，所以*A*正确；
对于$B$，使用正弦定理证明．若$A>B$，则$a>b$，
由正弦定理$\frac{ a }{sinA }=\frac{ b}{ sinB}=2R$，得$2RsinA>2RsinB$，
即$sinA>sinB$成立．$B$故正确；
对于$C$，$b=8$，$c=10$，$B=60°<C$，只有一解，故错误；
对于$D$，$∵△ABC$是非直角三角形，$∴tanA+tanB+tanC=tan(A+B)(1−tanAtanB)+tanC$
$=−tanC⋅(1−tanAtanB)+tanC=tanAtanBtanC$，故*D*正确．
故选*ABD*．

10.【答案】$ABD$

解：$zi=1−i⇒z=\frac{1−i}{i}=\frac{(1−i)i}{i^{2}}=−1−i$，故*A*，*B*正确$;z^{2}=(−1−i)^{2}=2i$，故*C*错误$;$
而$(−1−i)^{2}+2(−1−i)+2=0$成立，故*D*正确，故选：$ABD$

11.【答案】$ACD$

解：$A$．$∵\vec{a}=(1,2)$，$\vec{b}=(1,1)$，且$\vec{a}$与$\vec{a}+λ\vec{b}$的夹角为锐角，$∴\vec{a}·(\vec{a}+λ\vec{b})=(1,2)·(1+λ,2+λ)=1+λ+4+2λ=3λ+5>0$，且$λ\ne 0(λ=0$时$\vec{a}$与$\vec{a}+λ\vec{b}$的夹角为$0°)$，所以$λ>−\frac{5}{3}$且$λ\ne 0$，故*A*错误；
*B*.$∵$向量$\vec{e\_{1}}=(2,−3)=4\vec{e\_{2}}$，即这两向量共线，故这两向量不能作为平面内所有向量的一组基底，故*B*正确；
*C*.若$\vec{a}/​/\vec{b}$，当$\vec{a}$与$\vec{b}$为非零向量，且$\vec{a}$与$\vec{b}$方向相反时，此时$\vec{a}$在$\vec{b}$方向上的投影为$−\left|\vec{a}\right|$，故*C*错误；
*D*.由$|\overset{\to }{a}|=|\overset{\to }{b}|=|\overset{\to }{a}−\overset{\to }{b}|$，可得$|\vec{b}|^{2}=2\vec{a}·\vec{b}=\left|\vec{a}\right|^{2}$，则$\vec{a}·\left(\vec{a}+\vec{b}\right)=|\vec{a}|^{2}+\vec{a}·\vec{b}=\frac{3}{2}|\vec{a}|^{2}$，$|\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt[ ]{\left(\vec{a}+\vec{b}\right)^{2}}=\sqrt[ ]{|\vec{a}|^{2}+2\vec{a}·\vec{b}+|\vec{b}|^{2}}=\sqrt[ ]{3}|\vec{a}|$，故$cos<\vec{a},\vec{a}+\vec{b}>=\frac{\vec{a}·\left(\vec{a}+\vec{b}\right)}{|\vec{a}||\vec{a}+\vec{b}|}=\frac{\frac{3}{2}|\vec{a}|^{2}}{|\vec{a}|·\sqrt[ ]{3}|\vec{a}|}=\frac{\sqrt[ ]{3}}{2}$，而向量的夹角范围为$[0,π]$，
得$\vec{a}$与$\vec{a}+\vec{b}$的夹角为$\frac{π}{6}$，故*D*项错误．
12.【答案】$2\sqrt[ ]{10}$

解：如图设$∠BCA=α$，$∠ACD=β$，
$∵$在平面四边形$ABCD$中，$BC⊥CD$，$∠B=135°$，$AB=3\sqrt[ ]{2},AC=3\sqrt[ ]{5},CD=5$，
在$△ABC$中，由正弦定理可得：$\frac{AC}{sin135^{∘}}=\frac{AB}{sinα}⇒sinα=\frac{AB⋅sin135°}{AC}=\frac{\sqrt[ ]{5}}{5}$；
$∴cosβ=cos(90°−α)=sinα=\frac{\sqrt[ ]{5}}{5}$；$∴AD^{2}=AC^{2}+CD^{2}−2AC⋅CD⋅cosβ=(3\sqrt[ ]{5})^{2}+5^{2}−2×3\sqrt[ ]{5}×5×\frac{\sqrt[ ]{5}}{5}=40$；$∴AD=2\sqrt[ ]{10}$．
13.【答案】$−\frac{3}{5}$

$∵z\_{1}=z\_{2}$，$∴2+mi=tan θ+icos 2θ$，即$\left\{\begin{matrix}2=tanθ\\m=cos2θ\end{matrix}\right.,$
$∵m=cos2θ=cos^{2}θ−sin^{2}θ=\frac{cos^{2}θ−sin^{2}θ}{cos^{2}θ+sin^{2}θ}=\frac{1−tan^{2}θ}{1+tan^{2}θ}$，$∴m=\frac{1−4}{1+4}=−\frac{3}{5}$，故答案为$−\frac{3}{5}$．

14.【答案】$−\frac{7}{25}$

解：因为$cos (α+\frac{π}{6})=\frac{4}{5}$，所以$sin (2α−\frac{π}{6})=sin [2(α+\frac{π}{6})−\frac{π}{2}]=−cos\left[ 2(α+\frac{π}{6})\right]=−[2cos^{2} (α+\frac{π}{6})−1]=−[2×(\frac{4}{5})^{2}−1]=−\frac{7}{25}$．故答案为$−\frac{7}{25}$．

15.【答案】解：$(I)∵A(1,0)$、$B(0,1)$、$D(3,1)$   $∴\vec{AB}=(−1,1),  \vec{AD}=(2,1)$，

$∴\vec{AC}=\vec{AB}+\vec{AD}=(1,2)$   $∴|\vec{AC}|=\sqrt[ ]{5}$，即对角线$AC$的长为$\sqrt[ ]{5}$．

$(II)$设$C=(x,y)$，则$\vec{AC}=(x−1,y)$，$ \vec{DC}=(x−3,y−1)$，由题设知$\vec{BD}=(3,0)$，



$∴\left\{\begin{matrix}−y+1=x−3\\3x−3=0\end{matrix}\right.∴\left\{\begin{matrix}x=1\\y=3\end{matrix}\right.,$  $∴C$的坐标为$(1,3)$．

 16.【答案】解：$(1)$因为$α$，$β$为锐角，且$tanα=\frac{1}{2}$，$cos(α+β)=−\frac{\sqrt[ ]{2}}{10}$，（**化弦为切更简单**）
所以$sinα=\frac{1}{\sqrt[ ]{5}}$，$cosα=\frac{2}{\sqrt[ ]{5}}$，$sin(α+β)=\sqrt[ ]{1−cos^{2}(α+β)}=\frac{7\sqrt[ ]{2}}{10}$，
则$cosβ=cos(α+β−α)=cos(α+β)cosα+sin(α+β)sinα=−\frac{\sqrt[ ]{2}}{10}×\frac{2}{\sqrt[ ]{5}}+\frac{7\sqrt[ ]{2}}{10}×\frac{1}{\sqrt[ ]{5}}=\frac{\sqrt[ ]{10}}{10}$，
$cos2β=2cos^{2}β−1=2×(\frac{\sqrt[ ]{10}}{10})^{2}−1=−\frac{4}{5}$．$(2)$由$(1)$知，$sin2α=2sinαcosα=2×\frac{1}{\sqrt[ ]{5}}×\frac{2}{\sqrt[ ]{5}}=\frac{4}{5}$，
因为$α$，$β$为锐角，$cos(α+β)=−\frac{\sqrt[ ]{2}}{10}$，所以$sin(α+β)=\sqrt[ ]{1−cos^{2}(α+β)}=\frac{7\sqrt[ ]{2}}{10}$，
则$tan2α=\frac{4}{3}$，$tan\left(α+β\right)=−7$，则$tan\left(α−β\right)=tan\left[2α−\left(α+β\right)\right]=\frac{tan2α−tan\left(α+β\right)}{1+tan2αtan\left(α+β\right)}=−1$，
因为$α$，$β$为锐角，所以$−\frac{π}{2}<α−β<\frac{π}{2}$，所以$α−β=−\frac{π}{4}$．

17.【答案】解：$($Ⅰ$)f(x)=sinxcosx−cos^{2}(x+\frac{π}{4})$，$=\frac{1}{2}sin2x−\frac{1}{2}+\frac{1}{2}sin2x$，$=sin2x−\frac{1}{2}$．
令：$\frac{π}{2}+2kπ\leq 2x\leq 2kπ+\frac{3π}{2}(k\in Z)$，解得：$\frac{π}{4}+kπ\leq x\leq \frac{3π}{4}+kπ(k\in Z)$，所以函数的单调递减区间为：$[\frac{π}{4}+kπ,\frac{3π}{4}+kπ](k\in Z)$．
$($Ⅱ$)$在锐角$△ABC$中，角$A$，$B$，$C$的对边分别为$a$，$b$，$c.$若$f(\frac{A}{2})=0$，$a=1$，**（思考如果是求范围怎么处理？）**所以：$sinA=\frac{1}{2}$，$A=\frac{π}{6}$，由余弦定理得：$a^{2}=b^{2}+c^{2}−2bccosA$，所以$1=b^{2}+c^{2}−\sqrt[ ]{3}bc$，
所以$b^{2}+c^{2}=\sqrt[ ]{3}bc+1$，由于$b^{2}+c^{2}\geq 2bc$，所以$bc\leq 2+\sqrt[ ]{3}$，当且仅当$b=c$时，等号成立，
所以：$S\_{△ABC}=\frac{1}{2}bcsinA\leq \frac{1}{4}(2+\sqrt[ ]{3})$，即面积的最大值为：$\frac{2+\sqrt[ ]{3}}{4}$．

18.【答案】解：$(1)(\sqrt[ ]{2}a−c)\vec{BA}⋅\vec{BC}=c\vec{CB}⋅\vec{CA}$可化为：$(\sqrt[ ]{2}a−c)\vec{|BA}|⋅|\vec{BC|}cosB=c\vec{|CB|}⋅\vec{|CA}|$，
即：$(\sqrt[ ]{2}a−c)cacosB=cabcosC$，$∴(\sqrt[ ]{2}a−c)cosB=bcosC$，根据正弦定理有$(\sqrt[ ]{2}sinA−sinC)cosB=sinBcosC$，$∴\sqrt[ ]{2}sinAcosB=sin(C+B)$，即$\sqrt[ ]{2}sinAcosB=sinA$，
因为$sinA>0$，所以$cosB=\frac{\sqrt[ ]{2}}{2}$，即$B=\frac{π}{4}$；$(II)$因为$|\vec{BA}−\vec{BC}|=\sqrt[ ]{6}$，所以$|\vec{CA}|=\sqrt[ ]{6}$，即$b^{2}=6$，
根据余弦定理$b^{2}=a^{2}+c^{2}−2accosB$，可得$6=a^{2}+c^{2}−\sqrt[ ]{2}ac$，有基本不等式可知$6=a^{2}+c^{2}−\sqrt[ ]{2}ac\geq 2ac−\sqrt[ ]{2}ac=(2−\sqrt[ ]{2})ac$，即$ac\leq 3(2+\sqrt[ ]{2})$，故$△ABC$的面积$S=\frac{1}{2}acsinB=\frac{\sqrt[ ]{2}}{4}ac\leq \frac{3(\sqrt[ ]{2}+1)}{2}$，
即当$a=c=\sqrt[ ]{6+3\sqrt[ ]{2}}$时，$△ABC$的面积的最大值为$\frac{3(\sqrt[ ]{2}+1)}{2}$．

19.【答案】解：$(1) AB=OA·sinθ=sinθ$，$OB=OA·cosθ=cosθ$，$AC=OA·sin\left(\frac{π}{3}−θ\right)=sin\left(\frac{π}{3}−θ\right)$，
$OC=OA·cos\left(\frac{π}{3}−θ\right)=cos\left(\frac{π}{3}−θ\right)$．所以$l=sinθ+cosθ+sin\left(\frac{π}{3}−θ\right)+cos\left(\frac{π}{3}−θ\right)=sinθ+cosθ+\frac{\sqrt[ ]{3}}{2}cosθ−\frac{1}{2}sinθ+\frac{1}{2}cosθ+\frac{\sqrt[ ]{3}}{2}sinθ=\frac{1+\sqrt[ ]{3}}{2}sinθ+\frac{3+\sqrt[ ]{3}}{2}cosθ=\frac{\sqrt[ ]{3}+1}{2}(sinθ+\sqrt[ ]{3}cosθ)=(\sqrt[ ]{3}+1)sin\left(θ+\frac{π}{3}\right)\left(0<θ<\frac{π}{3}\right)$．$(2)$由$0<θ<\frac{π}{3}$，得$\frac{π}{3}<θ+\frac{π}{3}<\frac{2π}{3}$．当$θ+\frac{π}{3}=\frac{π}{2}$，即$θ=\frac{π}{6}$时，$sin\left(θ+\frac{π}{3}\right)=1$，$l\_{max}=\sqrt[ ]{3}+1$，所以当$θ=\frac{π}{6}$时，$l\_{max}=\sqrt[ ]{3}+1$．