南京市秦淮中学 2023~2024 高一数学 11 月 12 号假期作业

一、选择题：

1. 已知集合 $A=\{x\in \mathrm{N} \mid 0\le x<4\}$，$B=\{-1,0,1,2,3\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A. $\{0,1,2\}$　　B. $\{1,2,3\}$　　C. $\{0,1,2,3\}$　　D. $\{-1,0,1,2\}$

2. 命题“$\exists x\in \mathrm{R}$，$x^2+x<0$”的否定是（　　）

A. $\forall x\in \mathrm{R}$，$x^2+x>0$　　B. $\forall x\in \mathrm{R}$，$x^2+x\ge 0$

C. $\exists x\in \mathrm{R}$，$x^2+x>0$　　D. $\exists x\in \mathrm{R}$，$x^2+x\ge 0$

3. 函数 $f(x)=\dfrac{\sqrt{4-x}}{x-1}$ 的定义域为（　　）

A. $(-\infty,4]$　　B. $(-\infty,1)\cup(1,4]$　　C. $(-\infty,1)\cup(1,4)$　　D. $(0,4)$

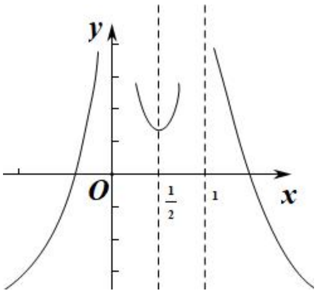
4. 设 $\lg 3=a$，$\lg 5=b$，则 $\lg\dfrac{27}{4}=$（　　）

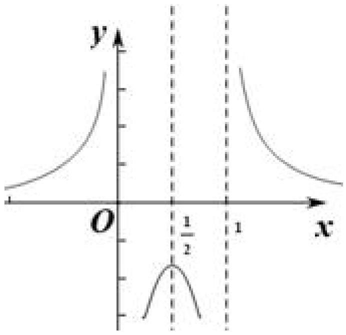
A. $\dfrac{3a}{2b}$　　B. $\dfrac{3a}{2-2b}$　　C. $3a-2b$　　D. $3a+2b-2$

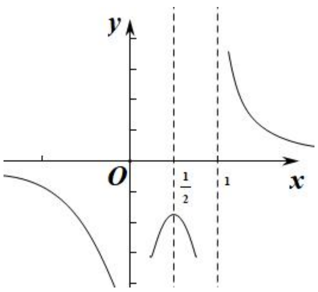
5. 已知 a,b,c,d 均为实数，且 $a>b>0>c>d$，则下列结论正确的是（　　）

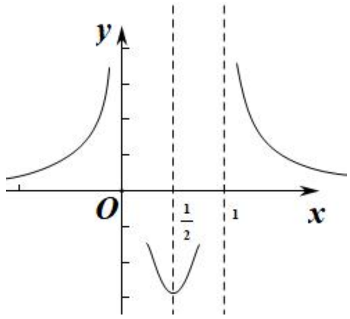
A. $c^2>cd$　　B. $a-c>b-d$　　C. $ac>bd$　　D. $bc>ad$

6. 已知函数 $f(x)=\dfrac{1}{4x^2-4x}$，则 $f(x)$ 的大致图象是

A.


B.


C.


D.


7. 已知关于 x 的不等式 $ax^2+bx+c<0$ 的解集是 $(-\infty,-2)\cup(1,+\infty)$，则不等式 $\frac{ax+b}{bx+c}>0$ 的解集是（　　）

A. $(-\infty,-2)\cup(1,+\infty)$　　B. $(-2,1)$　　C. $(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$　　D. $(-1,2)$

8. 已知 $f(x)$ 是奇函数，且在 $(0,+\infty)$ 上是增函数，又 $f(2)=0$，则 $\frac{f(x-1)}{x}<0$ 的解集为（　　）

A. $(-1,0)\cup(1,3)$　　B. $(-\infty,-1)\cup(1,3)$　　C. $(-1,0)\cup(3,+\infty)$　　D. $(-\infty,-1)\cup(3,+\infty)$

二、选择题：

9. 下列各组函数中是同一个函数的是（　　）

A. $f(x)=x^2+2x$ 与 $g(t)=t^2+2t$　　B. $f(x)=\frac{x^2-x}{x-1}$ 与 $g(x)=x$

C. $f(x)=\frac{|x|}{x}$ 与 $g(x)=\begin{cases}1,x>0\\-1,x<0\end{cases}$　　D. $f(x)=\sqrt{x+1}\cdot\sqrt{x-1}$ 与 $g(x)=\sqrt{x^2-1}$

10. 下列命题中正确的是（　　）

A. 若 $x<0$，则 $x+\frac{1}{x}\le -2$　B. 若 $x\in\mathbf{R}$ 且 $x\ne 0$，则 $\left|x+\frac{1}{x}\right|\ge 2$　C. $\frac{x^2+3}{\sqrt{x^2+2}}\ge 2$　D. $x^2+\frac{1}{x^2+1}\ge 1$

11. 已知命题 p：函数 $f(x)=ax^2+ax-1$ 有零点，命题 $q:\forall x\in(-\infty,-2]$，$x^2+2x-a+2>0$.若 p，q 全为真命题，则实数 a 的取值可以是（　　）

A. $\frac{1}{2}$　　B. 0　　C. $\frac{3}{2}$　　D. -4

12. 已知函数 $f(x)$ 是偶函数，且当 $x\ge 0$ 时，$f(x)=\begin{cases}4x-x^2,0\le x\le 4\\ \frac{x-4}{x},x>4\end{cases}$，关于 x 的方程 $f(x)-m=0$ 的根，下列说法正确的有（　　）

A. 当 $m=0$ 时，方程有 4 个不等实根　　B. 当 $0<m<1$ 时，方程有 6 个不等实根

C. 当 $m=1$ 时，方程有 4 个不等实根　　D. 当 $m>1$ 时，方程有 6 个不等实根

三、填空题：

13. 已知函数 $f(2x+1)=x$，则 $f(1)=$__________.

14. 若"$0\le x<1$"是"$x\ge m$"的充分不必要条件，则实数 m 的取值范围是__________.

15. 已知 $x>0,y>0$，且 $\lg 2^x+\lg 2^y=\lg 2$，则 $\frac{y}{x}+\frac{1}{y}$ 的最小值为__________.

16. 函数 $f(x)=\begin{cases}ax^2+x-1,x>2\\-x+1,x\le 2\end{cases}$.(1)若 $f(a)=0$,则 $a=$__________；(2)若 $f(x)$ 是R 上的减函数,则实数 a 的取值范围是__________.

四、解答题：

17. 已知全集$U=\mathbf{R}$，集合$A=\left\{x\middle|x^2-x-12\le 0\right\}$，集合$B=\left\{x\middle|m-1\le x\le m+1\right\}$.

（1）当$m=4$时，求$A\cup\left(\complement_U B\right)$；

（2）若$B\subseteq\left(\complement_U A\right)$，求实数$m$的取值范围.

18. 化简求值：

（1）$(\frac{64}{27})^{-\frac{2}{3}}+\left(3^{\frac{1}{2}}+2\right)\left(3^{\frac{1}{2}}-2\right)-\sqrt[5]{-32}$；

（2）$\log_2\sqrt[3]{2}+(1+\lg 2)\lg 5+(\lg 2)^2-4^{\log_4 3}$.

19. 已知二次函数$f(x)$满足$f(x+1)-f(x-1)=4x+2$，且$f(0)=0$.

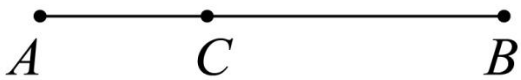
（1）求$f(x)$的解析式；

（2）解关于x的不等式$f(x)>(m+2)x-m$.

20. 已知函数$f(x)$是定义在R上的奇函数，且当$x<0$时，$f(x)=x^2+4x$.

（1）求$f(f(5))$的值；（2）求函数$f(x)(x\in \mathrm{R})$的解析式；（3）判断函数$g(x)=\dfrac{x}{f(x)+9}$在区间$(-\infty,-3)$上的单调性，并证明.

21. 2022年8月17日，为进一步捍卫国家主权和领土完整，中国人民解放军东部战区继续开展围绕某岛的军事演习，海陆空三军联手展开全域作战演练，各类现役主力装备悉数登场，其中解放军长航时无人机远海作战能力再一次强力震慑住了敌对势力.例如两型侦察干扰无人机可以在遥控设备或自备程序控制操纵的情况下执行任务，进行对敌方通讯设施的电磁压制和干扰，甚至压制敌方的防空系统.为了检验实战效果，某作战部门对某处战场实施"电磁干扰"实验，据测定，该处的"干扰指数"与无人机干扰源的强度和距离的比值成正比，比例系数为常数$k(k>0)$.现已知相距36km的A、B两处配置两架无人机干扰源，其对敌干扰的强度分别为1和$a(a>0)$，线段AB上任意一点C处的干扰指数y等于两机对该处的干扰指数之和，设$AC=x(\mathrm{km})$.



（1）试将y表示为x的函数，并求出定义域；

（2）当$a=4,k=1$时，试确定"干扰指数"最小时C所处的位置.

22. 已知二次函数$f(x)=x^2-(a+1)x+a,a\in \mathrm{R}$.

（1）若关于x的不等式$f(x)\geq -1$对$\forall x\in (1,3]$恒成立，求a的取值范围；

（2）已知函数$g(x)=x-1$，若对$\forall x_1\in [0,1]$，$\exists x_2\in [-1,2]$，使不等式$g(x_1)\geq f(x_2)$成立，求a的取值范围.

南京市秦淮中学2023~2024高一数学11月12号假期作业答案

单项选择：CBBDDBCA

多项选择：AC；ABD；ACD；BC

填空：0；　　$m\le 0$；　　3；　　①. 1　　②. $a\le -\frac{1}{2}$##$(-\infty,-\frac{1}{2}]$；

17.

【答案】（1）$\{x|x\le 4$ 或 $x>5\}$；

（2）$m<-4$ 或 $m>5$.

【小问1详解】集合 $A=\left\{x\middle|x^2-x-12\le 0\right\}=\left\{x\middle|-3\le x\le 4\right\}$，当 $m=4$ 时，$B=\left\{x\middle|3\le x\le 5\right\}$，则 $\complement_U B=\{x|x<3$ 或 $x>5\}$，故 $A\cup\left(\complement_U B\right)=\{x|x\le 4$ 或 $x>5\}$；

【小问2详解】由题意可知 $\complement_U A=\{x|x<-3$ 或 $x>4\}$，$B=\left\{x\middle|m-1\le x\le m+1\right\}\ne\varnothing$，

由 $B\subseteq\complement_U A$，则 $m+1<-3$ 或 $m-1>4$，解得 $m<-4$ 或 $m>5$.

18.

【答案】（1）$\frac{25}{16}$

（2）$-\frac{5}{3}$【小问1详解】$(\frac{64}{27})^{-\frac{2}{3}}+\left(3^{\frac{1}{2}}+2\right)\left(3^{\frac{1}{2}}-2\right)-\sqrt[5]{-32}=(\frac{3}{4})^{3\times\frac{2}{3}}+\left(3^{\frac{1}{2}}\right)^2-4+2$

$=\frac{9}{16}+3-4+2=\frac{25}{16}$;

【小问2详解】$\log_2\sqrt[3]{2}+(1+\lg 2)\lg 5+(\lg 2)^2-4^{\log_4 3}=\frac{1}{3}+(1+\lg 2)(1-\lg 2)+(\lg 2)^2-3$

$=\frac{1}{3}+1-3=-\frac{5}{3}$.

19.【答案】（1）$f(x)=x^2+x$

（2）答案见解析

【小问1详解】设 $f(x)=ax^2+bx+c$，$a\ne 0$ 由 $f(0)=0$，得 $c=0\Rightarrow f(x)=ax^2+bx$

又

$f(x+1)-f(x-1)=4x+2=a(x+1)^2+b(x+1)-[a(x-1)^2+b(x-1)]=4ax+2b$

$=4x+2$，则$\begin{cases}4a=4\\2b=2\end{cases}$，解得$\begin{cases}a=1\\b=1\end{cases}$，所以$f(x)=x^2+x$．

【小问2详解】由已知，$x^2+x>(m+2)x-m$即$x^2-(m+1)x+m>0$，即$(x-m)(x-1)>0$，①当$m=1$时，原不等式即为：$(x-1)^2>0$，解得$x\neq1$；②当$m<1$时，解得$x<m$或$x>1$；③当$m>1$时，解得$x<1$或$x>m$综上，当$m=1$时，不等式的解集为：$(-\infty,1)\cup(1,+\infty)$，当$m<1$时，不等式的解集为：$(-\infty,m)\bigcup(1,+\infty)$，当$m>1$时，不等式的解集为：$(-\infty,1)\bigcup(m,+\infty)$.

20.

【答案】（1）5；　（2）$f\left(x\right)=\begin{cases}x^2+4x, & x<0\\0,x=0\\-x^2+4x, & x>0\end{cases}$；

（3）减函数，证明见解析.

【小问1详解】由题意当$x<0$时，$f(x)=x^2+4x$，$f(5)=-f(-5)=-[(-5)^2+4\times(-5)]=-5$，则$f(f(5))=f(-5)=-f(5)=5$；

【小问2详解】当$x>0$时，$-x<0$，则$f(x)=-f(-x)=-(x^2-4x)=-x^2+4x$，又因为函数$f(x)$是定义在**R**上的奇函数，所以$f(0)=0$，故$f\left(x\right)=\begin{cases}x^2+4x, & x<0\\0,x=0\\-x^2+4x, & x>0\end{cases}$；

【小问3详解】由（2）可得$g(x)=\dfrac{x}{f(x)+9}=\dfrac{x}{x^2+4x+9}$，$x\in(-\infty,-3)$，

$g(x)$在$(-\infty,-3)$上为减函数；证明如下：设$x_1<x_2<-3$，则

$$g\left(x_1\right)-g\left(x_2\right)=\frac{x_1}{x_1^2+4x_1+9}-\frac{x_2}{x_2^2+4x_2+9}=\frac{\left(x_1-x_2\right)\left(9-x_1x_2\right)}{\left(x_1^2+4x_1+9\right)\left(x_2^2+4x_2+9\right)},$$

又由$x_1<x_2<-3$，则$x_1-x_2<0$，$x_1x_2>9,\therefore 9-x_1x_2<0$，

$x_1^2+4x_1+9=(x_1+2)^2+5>0,x_2^2+4x_2+9=(x_2+2)^2+5>0$，

则$g\left(x_1\right)-g\left(x_2\right)>0$，即$g(x_1)>g(x_2)$，

故$g(x)$在$(-\infty,-3)$上为减函数.

21. 【答案】（1）$y=\dfrac{k}{x}+\dfrac{ka}{36-x}$，定义域为$(0,36)$

（2）“干扰指数”最小时C所处位置在距离A点12km处

【小问 1 详解】由题意，点C受A干扰指数为$\frac{k}{x}$，点C受B干扰指数为$\frac{ka}{36-x}$，其中$k>0$，

从而点C处干扰指数：$y=\frac{k}{x}+\frac{ka}{36-x}$，又$36-x>0$,$\therefore 0<x<36$，故定义域为$(0,36)$.

【小问 2 详解】当$a=4$，$k=1$时，$y=\frac{1}{x}+\frac{4}{36-x}=\frac{1}{36}\left[x+(36-x)\right]\left(\frac{1}{x}+\frac{4}{36-x}\right)$

$=\frac{1}{36}\left(5+\frac{36-x}{x}+\frac{4x}{36-x}\right)\geq\frac{1}{36}\left(5+2\sqrt{\frac{36-x}{x}\times\frac{4x}{36-x}}\right)=\frac{1}{4}$,

当且仅当$\frac{36-x}{x}=\frac{4x}{36-x}$,即$x=12$时，等号成立.

故"干扰指数"最小时C所处位置在距离A点12km处.

22．

【答案】（1）$a\leq 3$

（2）$a\leq -1$或$a\geq 3$

【小问 1 详解】由$f(x)\geq -1$得$a(x-1)\leq x^2-x+1$，当$x\in(1,3]$时，$x-1>0$，所以

$a\leq\frac{x^2-x+1}{x-1}$对$\forall x\in(1,3]$恒成立，只需$a\leq\left(\frac{x^2-x+1}{x-1}\right)_{\min}$即可，令$t=x-1$，由$x\in(1,3]$

得$t\in(0,2]$且$x=t+1$，则$a\leq\frac{t^2+t+1}{t}=t+1+\frac{1}{t}$，因为$t+1+\frac{1}{t}\geq 1+2\sqrt{t\times\frac{1}{t}}=3$，当且

仅当$t=\frac{1}{t}$即$t=1$，$x=2$时等号成立，所以$\left(\frac{t^2+t+1}{t}\right)_{\min}=3$，即$a\leq 3$.

【小问 2 详解】由$\forall x_1\in[0,1]$，$\exists x_2\in[-1,2]$，使不等式$g(x_1)\geq f(x_2)$成立可得

$g(x)_{\min}\geq f(x)_{\min}$即可，由$g(x)=x-1$在$[0,1]$上单调递增可得$g(x)_{\min}=g(0)=-1$，

而$f(x)=x^2-(a+1)x+a=\left(x-\frac{a+1}{2}\right)^2+\frac{-a^2+2a-1}{4}$的对称轴为$x=\frac{a+1}{2}$，

①当$\frac{a+1}{2}\leq -1$即$a\leq -3$时$f(x)$在$[-1,2]$上单调递增，则$f(x)_{\min}=f(-1)=2a+2\leq -1$，

解得$a\leq -\frac{3}{2}$，综上$a\leq -3$；②当$-1<\frac{a+1}{2}<2$即$-3<a<3$时，

$f(x)_{\min}=f\left(\frac{a+1}{2}\right)=\frac{-a^2+2a-1}{4}\leq -1$，解得$a\leq -1$或$a\geq 3$，

综上$-3<a\leq -1$；③当$\frac{a+1}{2}\geq 2$即$a\geq 3$时$f(x)$在$[-1,2]$上单调递减，

则 $f(x)_{\min}=f(2)=2-a\leq -1$，解得 $a\geq 3$；综合①②③可得 a 的取值范围为 $a\leq -1$ 或 $a\geq 3$.