**南京市秦淮中学2023届高三年级预测卷**

**数学学科**

答案：

单选：ACDB ACCC

多选：AC ACD AC BC

三．填空：

13．已知随机变量，若，则\_\_0.8\_\_\_．

14．在平面直角坐标系*xOy*中，已知***a***＝(1，1)，***b***＝(2，1)，则***b***在***a***方向上的投影向量为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_． (，)

15．我国有着丰富悠久的“印章文化”，古时候的印章一般用贵重的金属或玉石制成，本是官员或私人签署文件时代表身份的信物，后因其独特的文化内涵，也被作为装饰物来使用.图1是明清时期的一个金属印章摆件，除去顶部的环以后可以看作是一个正四棱柱和一个正四棱锥组成的几何体，如图2.已知正四棱柱和正四棱锥的高相等，且底面边长均为4，若该几何体的所有顶点都在同一个球面上，则这个球的表面积是（ 36π ）



16．与曲线和都相切的直线方程为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

1. 解答题：

17．如图，四棱锥*P*－*ABCD*中，底面*ABCD*为矩形，*PA*⊥平面*ABCD*，*E*为*PD*的中点．

(1)证明:*PB*∥平面*AEC*；5分

(2)若*AP*＝*AB*＝1，*AD*＝2，求*B*到*EC*的距离．5分

*P*

*A*

*B*

*C*

*D*

*E*

答案：d＝2

18．已知数列{*an*}为等差数列，*a*1＝1，*a*3＝2＋1，前*n*项和为*Sn*，数列{*bn*}满足*bn*＝．

求证：(1)数列{*bn*}为等差数列；(2)数列{*an*}中的任意三项均不能构成等比数列．

【提示】(1)设等差数列{*an*}公差为*d*，

因为*a*3＝*a*1＋2*d*＝2＋1，

所以*d*＝，

所以*Sn*＝*na*1＋＝*n*＋，

所以*bn*＝＝1＋＝*n*＋1－，

所以*bn*＋1－*bn*＝(*n*＋1)－*n*＝，

所以数列{*bn*}为等差数列.6分

(2)假设等差数列{*an*}中的三项*ap*，*aq*，*ar*成等比数列，*p*，*q*，*r*∈**N\***，且*p*，*q*，*r*互不相等，所以*aq*2＝*ap*·*ar*

由(1)知*an*＝*a*1＋(*n*－1)*d*＝1＋(*n*－1)

所以[1＋(*q*－1)]2＝[1＋(*p*－1)]·[1＋(*r*－1)]8分

所以2(*q*－1)2－2(*p*－1)(*r*－1)＝(*p*＋*r*－2*q*)

因为*p*，*q*，*r*∈**N\***，

所以2(*q*－1)2－2(*p*－1)(*r*－1)＝0且*p*＋*r*－2*q*＝0，10分

所以*q*＝，

所以[(*p*－1)－(*r*－1)]2＝0，

所以*p*＝*r*，这与*p*，*q*，*r*互不相等矛盾

所以假设不成立，所以{*an*}中的任意三项均不能构成等比数列．12

19．某学校为了了解高一学生安全知识水平，对高一年级学生进行“消防安全知识测试”，并且规定“体能达标”预测成绩小于60分的为“不合格”，否则为“合格”．现从全体高一学生中随机抽取10名，并将这10名学生随机分为甲、乙两个组，其中甲组有6名学生，乙组有4名学生．甲组的平均成绩为70，标准差为4；乙组的平均成绩为80，标准差为6（题中所有数据的最后结果都精确到整数）．

（1）求这10名学生测试成绩的平均分和标准差；

（2）已知知识测试中的多项选择题中，有4个选项．小明知道每道多项选择题均有两个或三个正确选项．但根据得分规则：全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分．这样，小明在做多项选择题时，可能选择一个选项，也可能选择两个或三个选项，但不会选择四个选项．假设小明在做该道多项选择题时，基于已有的解题经验，他选择一个选项的概率为，选择两个选项的概率为，选择三个选项的概率为．已知该道多项选择题只有两个正确选项，小明完全不知道四个选项的正误，只好根据自己的经验随机选择．记表示小明做完该道多项选择题后所得的分数．求的分布列及数学期望．

，2分

3分，解得，

4分，解得，

这40名学生的方差为

，6分

．6分

【小问3详解】

由题意得，的可能取值为0，2，5，

，7分

，8分

，9分

的分布列为

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 2 | 5 |
|  |  |  |  |

．12分

20．已知在锐角三角形*ABC*中，角*A*，*B*，*C*所对的边分别为*a*，*b*，*c*，若*a*＝1，*b*cos*A*－cos*B*＝1．

(1)若角*A*＝，求角*B*的值；6分

(2)求sin*A*的取值范围．

**【**提示**】**由*a*＝1，*b*cos*A*－cos*B*＝1，得*b*cos*A*－*a*cos*B*＝*a*.

又由正弦定理，得sin(*B*－*A*)＝sin*A*.

因为△*ABC*是锐角三角形，所以*B*－*A*＝*A*，即*B*＝2*A*，

所以解得＜*A*＜，10分

所以sin*A*∈(，)．12分

21.已知双曲线*E*：－＝1(*a*>0，*b*>0)的左焦点*F*为(－2，0)，点*M*(3，)是双曲线*E*上的一点．

(1) 求*E*的方程；

(2) 已知过坐标原点且斜率为*k*(*k*>0)的直线*l*交*E*于*A*，*B*两点，连接*FA*交*E*于另一点*C*，连接*FB*交*E*于另一点*D*，若直线*CD*经过点*N*(0，－1)，求直线*l*的斜率*k*.

21. 解：(1) 易知*c*＝2，2*a*＝－＝2，

故*a*＝，*b*＝1.

故双曲线*E*的标准方程为－*y*2＝1.(4分)

(2) (解法1)令*A*为(*x*1，*y*1)，则*B*为(－*x*1，－*y*1)，直线*FA*为*x*＝*my*－2，(*m*＝)，直线*FB*为*x*＝*ny*－2，(*n*＝)，

由⇒(*m*2－3)*y*2－4*my*＋1＝0，

设*C*(*xC*，*yC*)，*D*(*xD*，*yD*)，得*y*1*yC*＝＝，

即*yC*＝，

∵ *x*－3*y*＝3，∴ *yC*＝，*xC*＝·－2＝，

同理可得，∴ *yD*＝，*xD*＝.

∵ 直线*CD*经过点*N*(0，－1)，则*C*，*D*，*N*三点共线，

即∥，则有*xD*(*yC*＋1)＝*xC*(*yD*＋1)，

∴ (＋1)＝(＋1)，

化简，得(－12＋7*x*1)(*y*1＋7＋4*x*1)＝(－12－7*x*1)(－*y*1＋7－4*x*1)，

即12*y*1＝*x*1，故*k*＝＝.(12分)

(解法2)令*A*为(*x*1，*y*1)，则*B*为(－*x*1，－*y*1)，直线*FA*为*x*＝*my*－2，(*m*＝)，直线*FB*为*x*＝*ny*－2，(*n*＝)，

由⇒(*m*2－3)*y*2－4*my*＋1＝0，

设*C*(*xC*，*yC*)，*D*(*xD*，*yD*)，得*y*1*yC*＝＝，

即*yC*＝，

∵ *x*－3*y*＝3，∴ *yC*＝，同理可得，∴ *yD*＝.

令直线*CD*为*x*＝*t*(*y*＋1)，

由⇒(*t*2－3)*y*2＋2*t*2*y*＋*t*2－3＝0，则*yC*·*yD*＝1，

即·＝1，化简得*y*＝16*x*－49，

∵ *x*－3*y*＝3，解得*x*＝，*y*＝，故*k*＝＝.(12分)

22.22．（12分）已知函数．

（1）当时，讨论的单调性；

（2）当时，，求*a*的取值范围．

22．答案：（1）的减区间为，增区间为

（2）

解析：解：（1）当时，，，

当时，，函数在上单调递增；当时，，函数在上单调递减．4分

（2），

①当时，

在上单调递增，，与题意矛盾．

②当时，．

在上单调递减，，满足题意．

③当时，，

设，则，

在上单调递减，

，，在上单调递减，

，满足题意．

④当时，，

令，则，

，易知为减函数，又，时，，

，使，且当时，

，在上单调递增，此时，

当时，，在上单调递增，

，与题意矛盾．

综上，实数*a*的取值范围为．12分