

## 统计概率 1 条件概率

一. 基础前测:

1. [新授课改]在一个盒子中有大小一样的 10 个球, 其中有 4 个红球和 6 个白球. 现无放回地依次从中摸出 1 个球, 求在第一次摸出红球的条件下第二次摸出白球的概率.

2. [新授课改]在一个盒子中有大小一样的 10 个球, 其中有 4 个红球和 6 个白球. 现无放回地依次从中摸出 1 个球, 求在第二次摸出白球的条件下第一次摸出红球的概率.

二. 知识梳理:

二. 例题讲解:

例 1. [一轮课时]从 1, 2, 3, 4, 5 中任取 2 个不同的数, 事件  $A$  = “取到的 2 个数之和为偶数”, 事件  $B$  = “取到的 2 个数均为偶数”, 则  $P(B|A)$  = \_\_\_\_\_.

变式: [一轮课时]高三毕业时, 甲、乙、丙等五位同学站成一排合影留念, 已知甲、乙二人相邻, 则甲、丙相邻的概率是\_\_\_\_\_.

例 2. [新授课]设  $A \subseteq B$ , 且  $P(A)=0.2$ ,  $P(B)=0.7$ , 求  $P(B|A)$  和  $P(A|B)$  的值.

变式: [2023 届高三下周测四]某学校食堂中午和晚上都会提供  $A, B$  两种套餐 (每人每次只能选择其中一种), 经过统计分析发现: 学生中午选择  $A$  类套餐的概率为  $\frac{2}{3}$ , 选择  $B$  类套餐的概率为  $\frac{1}{3}$ ; 在中午选择  $A$  类套餐的前提下, 晚上还选择  $A$  类套餐的概率为  $\frac{1}{4}$ , 选择  $B$  类套餐的概率为  $\frac{3}{4}$ ; 在中午选择  $B$  类套餐的前提下, 晚上选择  $A$  类套餐的概率为  $\frac{1}{2}$ , 选择  $B$  类套餐的概率为  $\frac{1}{2}$ . 若同学甲晚上选择  $A$  类套餐, 求同学甲中午也选择  $A$  类套餐的概率.

四. 考试链接:

1. [2014 新课标 II 理 5] 某地区空气质量监测资料表明, 一天的空气质量为优良的概率是 0.75, 连续两天为优良的概率是 0.6, 已知某天的空气质量为优良, 则随后一天的空气质量为优良的概率是 ( ).

- A. 0.8                      B. 0.75                      C. 0.6                      D. 0.45

2. [2023 届高三上六校联考] 有甲乙丙丁 4 名志愿者参加核酸采样服务, 现随机派这 4 名志愿者分别参加 A 组, B 组、C 组的核酸采样, 假设每组至少安排一名志愿者, 且每位志愿者只能参加 A、B、C 其中一组, 则在甲被安排到了 A 组的条件下, 乙也被安排到 A 组的概率为 ( )

- A.  $\frac{1}{36}$                       B.  $\frac{1}{6}$                       C.  $\frac{2}{9}$                       D.  $\frac{1}{4}$

3. [2022 新高考 1 卷 20] 一医疗团队为研究某地的一种地方性疾病与当地居民的卫生习惯(卫生习惯分为良好和不够良好两类)的关系, 在已患该疾病的病例中随机调查了 100 例(称为病例组), 同时在未患该疾病的人群中随机调查了 100 人(称为对照组), 得到如下数据:

	不够良好	良好
病例组	40	60
对照组	10	90

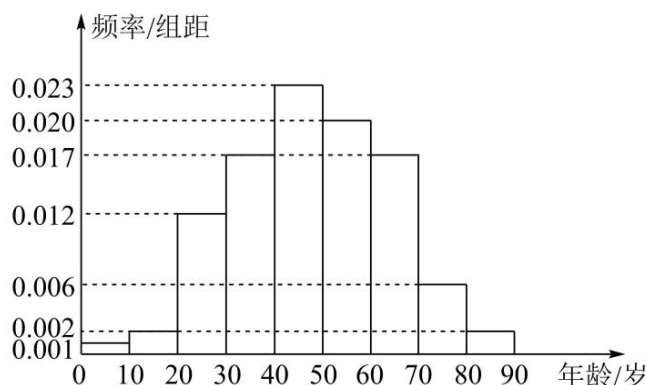
从该地的人群中任选一人,  $A$  表示事件“选到的人卫生习惯不够良好”,  $B$  表示事件“选到的人患有该疾病”,  $\frac{P(B|A)}{P(\bar{B}|\bar{A})}$  与  $\frac{P(B|\bar{A})}{P(\bar{B}|A)}$  的比值是卫生习惯不够良好对患该疾病风险程度的一项

度量指标, 记该指标为  $R$ .

(i) 证明:  $R = \frac{P(A|B) \cdot P(\bar{A}|\bar{B})}{P(\bar{A}|B) \cdot P(A|\bar{B})}$ ;

(ii) 利用该调查数据, 给出  $P(A|B)$ ,  $P(\bar{A}|\bar{B})$  的估计值, 并利用(i)的结果给出  $R$  的估计值.

4. [2022 新高考 2 卷 19] 在某地区进行流行病学调查，随机调查了 100 位某种疾病患者的年龄，得到如下的样本数据的频率分布直方图：已知该地区这种疾病的患病率为 0.1%，该地区年龄位于区间[40, 50)的人口占该地区总人口的 16%。从该地区中任选一人，若此人的年龄位于区间[40, 50)，求此人患这种疾病的概率。(以样本数据中患者的年龄位于各区间的频率作为患者的年龄位于该区间的概率，精确到 0.0001)



5. [2023 南京市一模] 人工智能是研究用于模拟和延伸人类智能的技术科学，被认为是 21 世纪最重要的尖端科技之一，其理论和技术正在日益成熟，应用领域也在不断扩大。人工智能背后的一个基本原理：首先确定先验概率，然后通过计算得到后验概率，使先验概率得到修正和校对，再根据后验概率做出推理和决策。基于这一基本原理，我们可以设计如下试验模型：有完全相同的甲、乙两个袋子，袋子里有形状和大小完全相同的小球，其中甲袋中有 9 个红球和 1 个白球；乙袋中有 2 个红球和 8 个白球。从这两个袋子中选择一个袋子，再从该袋子中等可能摸出一个球，称为一次试验。若多次试验直到摸出红球，则试验结束。假设首次试验选到甲袋或乙袋的概率均为  $\frac{1}{2}$  (先验概率)。

(1) 求首次试验结束的概率；

(2) 在首次试验摸出白球的条件下，我们对选到甲袋或乙袋的概率(先验概率)进行调整。

①求选到的袋子为甲袋的概率；

②将首次试验摸出的白球放回原来袋子，继续进行第二次试验时有如下两种方案：方案一，从原来袋子中摸球；方案二，从另外一个袋子中摸球。请通过计算，说明选择哪个方案第二次试验结束的概率更大。