2022-2023 高三上数学迎期末三角练习

出题人：秦涛　审核人：许明

问题一：三角恒等变换

1．已知$\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{2\sqrt{2}}{3}$，则$\sin\left(2\alpha+\frac{\pi}{6}\right)$的值为 (　)

A. $\frac{7}{9}$　B. $-\frac{7}{9}$　C. $\frac{4\sqrt{2}}{9}$　D. $-\frac{4\sqrt{2}}{9}$

2．已知$\frac{\pi}{8}<\beta<\alpha<\frac{\pi}{2}$，且$\sin 2\alpha\sin\frac{\pi}{4}-\cos 2\alpha\sin\frac{5}{4}\pi=\frac{1}{3}$，$\sin 2\beta\cos\frac{\pi}{4}+\cos 2\beta\sin\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，则$\sin(2\alpha-2\beta)$的值为（　　）

A．$\frac{5\sqrt{3}}{9}$　B．$\frac{\sqrt{6}}{9}$　C．$-\frac{5\sqrt{3}}{9}$　D．$-\frac{\sqrt{6}}{9}$

3．已知α为锐角，且$\cos(a+\frac{\pi}{6})=\frac{5}{13}$,则$\cos\alpha$的值为________.

4．已知α，β为锐角，$\tan\alpha=2$，$\cos\beta=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，则$\tan(\alpha-2\beta)=$（　　）

A. $\frac{1}{3}$　B. $-\frac{1}{3}$　C. $\frac{2}{11}$　D. $\frac{8}{11}$

5．已知函数$f\left(x\right)=\sin x\cos x-\sqrt{3}\sin^2 x$，设$\alpha\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$，$f\left(\frac{\alpha}{2}\right)=\frac{1}{4}-\frac{\sqrt{3}}{2}$，则$\sin\alpha=$_____，$\cos\alpha=$_____.

6．已知$\tan\alpha=3$，则$\frac{\sqrt{2}\sin(\alpha+\frac{\pi}{4})}{2\sin\alpha-\cos\alpha}+\tan 2\alpha=$_______.

7．若点$M\left(-\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2}\right)$在角$\alpha$的终边上，则$\tan 2\alpha=$（　　）

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　B. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$　C. $\sqrt{3}$　D. $-\sqrt{3}$

8．已知函数$f\left(x\right)=\frac{\sqrt{2}}{4}\sin\left(\frac{\pi}{4}-x\right)+\frac{\sqrt{6}}{4}\cos\left(\frac{\pi}{4}-x\right)$.

(1)求$f\left(x\right)$的最小正周期；

(2)若$\cos\theta=\frac{4}{5}$，$\theta\in\left(\frac{3\pi}{2},2\pi\right)$，求$f\left(2\theta+\frac{\pi}{3}\right)$的值.

问题二：三角函数图像问题

1．已知函数 $f\left(x\right)=a\sin x-b\cos x$ 在 $x=\frac{\pi}{4}$ 处取到最大值，则 $f\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$（　）

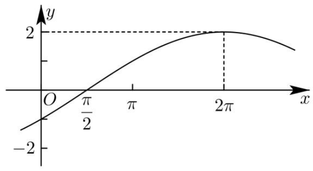
A．奇函数

B．偶函数

C．关于点 $\left(\pi,0\right)$ 中心对称

D．关于 $x=\frac{\pi}{2}$ 轴对称

2．如图，函数 $f\left(x\right)=2\sin\left(\omega x+\varphi\right)\left(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$ 的图像过 $\left(\frac{\pi}{2},0\right),\left(2\pi,2\right)$ 两点，为得到函数 $g\left(x\right)=2\cos\left(\omega x-\varphi\right)$ 的图像，应将 $f\left(x\right)$ 的图像向右平移至少__________.



3．（多选）已知函数 $f(x)=2\sin(2x+\frac{\pi}{3})$，下列说法正确的是（　　　）

A．函数 $f(x)$ 图象的一条对称轴为直线 $x=\frac{\pi}{6}$

B．函数 $f(x)$ 图象的一个对称中心为($\frac{\pi}{3}$，0)

C．函数 $f(x)$ 在(0，$\frac{\pi}{12}$)上是增函数

D．将 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位，得到 $g(x)=\sin(2x+\frac{\pi}{6})$ 的图像

4．（多选）已知函数 $f(x)=\cos\left(2x+\varphi\right)\left(\left|\varphi\right|<\frac{\pi}{2}\right)$，$F(x)=f(x)+\frac{\sqrt{3}}{2}f'(x)$ 为奇函数，则下述四个结论中说法正确的是（　　）

A．$\tan\varphi=\sqrt{3}$

B．$f(x)$ 在 $\left[-a,a\right]$ 上存在零点，则 a 的最小值为 $\frac{\pi}{6}$

C．$F(x)$ 在 $\left(\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}\right)$ 上单调递增

D．$f(x)$ 在 $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 有且仅有一个极大值点

5．（多选）已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$，其图像相邻两条对称轴之间的距离为 $\frac{\pi}{4}$，且直线 $x=-\frac{\pi}{12}$ 是其中一条对称轴，则下列结论正确的是（　　）

A. 函数 $f(x)$ 的最小正周期为 $\frac{\pi}{2}$

B. 函数 $f(x)$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{12}\right]$ 上单调递增

C. 点 $\left(-\frac{5\pi}{24},0\right)$ 是函数 $f(x)$ 图象的一个对称中心

D. 将函数 $f(x)$ 图象上所有点的横坐标伸长为原来的 2 倍，纵坐标不变，再把得到的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度，可得到 $g(x)=\sin 2x$ 的图象

6．已知函数$f(x)=\sqrt{3}\sin^2x+\sin x\cos x$，$x\in[\frac{\pi}{2},\pi]$.

(1)求$f(x)$的零点；

(2)求$f(x)$的最大值和最小值.

问题三：解三角形

1. 已知$\triangle ABC$，内角A，B，C所对的边分别为a，b，c，$\sin A+\cos B=0$，$C=\frac{\pi}{6}$，则$\frac{a}{b}=$（　　）

A. $2-\sqrt{3}$　　B. $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$　　C. $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

2．在$\triangle ABC$中，$B=\frac{\pi}{3}$，$3\sin C=4\sin A$，且$\triangle ABC$的面积为$3\sqrt{3}$，则边长AC为________.

3．$\triangle ABC$的内角A,B,C的对边分别为a,b,c，已知$a(\sin A-\sin B)=(c-b)(\sin C+\sin B)$

(1)求角C；　　(2)若$c=\sqrt{7}$，$\triangle ABC$的面积为$\frac{3\sqrt{3}}{2}$，求$\triangle ABC$的周长.

4．已知△ABC的内角A，B，C的对边分别为a，b，c，且$\frac{\sin^2A+\sin^2B-\sin^2C}{\sin A\cdot\sin B}=\frac{2b-c}{a}$.

(1) 求角A的大小；

(2) 若$a=5$，$b=c+3$，求△ABC的面积.

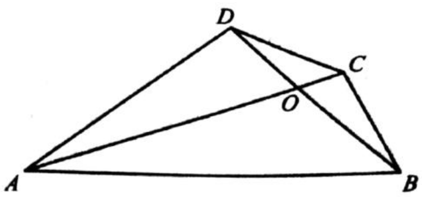
5．在① $a=\dfrac{\sqrt{7}}{2}b$，② $a\sin \mathrm{B}=\sqrt{3}$，③$a+c=2$ 这三个条件中任选一个，补充在下面问题中，若问题中的三角形存在，求△ABC 的面积；若问题中的三角形不存在，说明理由．

问题：是否存在△ABC，它的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，且 $\sin^2A=\sin^2B+\sin^2C-\sin B\sin C$，$b+c=5$，_______．

注：如果选择多个条件分别作答，按第一个解答计分．

题组 1：（三角形组合）

1．如图，在四边形$ABCD$中，AC与BD相交于点O，AC平分$\angle DAB$，$\angle ABC=\frac{\pi}{3}$，$AB=3BC=3$．



(1)求 $\sin\angle DAB$；　(2)若 $\angle ADC=\frac{2\pi}{3}$，求 $\triangle ABD$的面积．

2．$\triangle ABC$ 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，已知 $\sin\angle BAC+\sqrt{3}\cos\angle BAC=0$，$a=2\sqrt{7}$，$b=2$．

（1）求 c；

（2）设 D 为 BC 边上一点，且 $AD\perp AC$，求 $\triangle ABD$ 的面积.

题组 2（中线角平分线相关问题及向量法）

1. 在 ΔABC 中，角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，D 在边 BC 上，且 AD 平分 $\angle BAC$，$AD=\sqrt{3}$，$b\sin B-a\sin A=c(\sin B-\sin C)$，$\sin C=3\sin B$，则 ΔABC 的面积为_________.

2．在①$2a-b=2c\cos B$，②$S=\frac{\sqrt{3}}{4}(a^2+b^2-c^2)$，③$\sqrt{3}\sin(A+B)=1+2\sin^2\frac{C}{2}$三个条件中选一个，补充在下面的横线处，然后解答问题．

在△ABC 中，角 A，B，C 所对的边分别是 a，b，c，设△ABC 的面积为 S，已知_______．

（1）求角 C 的值；

（2）若 $b=4$，点 D 在边 AB 上，CD 为∠ACB 的平分线，△CDB 的面积为$\frac{2\sqrt{3}}{3}$，求边长 a 的值．

注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分．

3．在$\triangle ABC$中，角A，B，C所对的边分别为a，b，c，且满足$a\cos C+\sqrt{3}a\sin C=b+2c$.

(1)求角 A;

(2)D为 BC边上一点，$DA\perp BA$，且 $BD=4DC$，求 $\cos C$.

4.（10 分）在ΔABC中，$2\sin C\cos A+\sin(A-C)-\sqrt{3}\cos(A+C)=\sqrt{3}$.

（1）求角B的大小；

（2）设$\angle BAC$的角平分线AD交BC于D，且$AD=3$，$BD=2$，求$\cos C$的值.

5．在△ABC 中，角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，已知$\sqrt{3}a\cos C-a\sin C=\sqrt{3}b$.

(1) 求角 A 的大小；

(2) 若 $a=2$，求边 BC 上的中线 AD 长度的最小值．

题组 3（最值问题）

1．记$\triangle ABC$的内角A，B，C的对边分别为a，b，c，已知$\frac{\cos A}{1+\sin A}=\frac{\sin 2B}{1+\cos 2B}$.

(1)若$C=\frac{2\pi}{3}$，求B;

(2)求$\frac{a^2+b^2}{c^2}$的最小值．

2．在$\triangle ABC$中，角A,B,C的对边分别为a,b,c，且$a-b\cos C=\sqrt{3}c\sin B$．

(1)求B；

(2)若$a=2$，且$\triangle ABC$为锐角三角形，求$\triangle ABC$的面积S的取值范围．

3．在△ABC中，a，b，c分别为角A，B，C所对的边．在①$(2a-c)\cos B=b\cos C$；②$\sqrt{3}\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=2S_{\triangle ABC}$；③$\sin B+\sin(B+\frac{\pi}{3})=\sqrt{3}$这三个条件中任选一个，作出解答．(1)求角$B$的值；

(2)若△ABC为锐角三角形，且$b=1$，求△ABC的面积的取值范围．

4．如图，半圆O的直径$AB=2$，点C在AB的延长线上，$BC=1$，点P为半圆上异于A，B两点的一个动点，以点P为直角顶点作等腰直角$\triangle PCD$，且点D与圆心O分布在PC的两侧，设$\angle PAC=\theta$．

(1)将线段PC的长度表示为θ的函数；

(2)求四边形$ACDP$面积的最大值．