**综合法与向量法视角下的计算问题——线面角**

回归基础：

 1.若正四棱柱*ABCD* －*A*1*B*1*C*1*D*1的底面边长为1，*AB*1与底面*ABCD*成60°角，则*BD*1与底面*ABCD*所成角的正切值是(　　)

A. B. C. D.





4.在长方体$ABCD−A\_{1}B\_{1}C\_{1}D\_{1}$中，$AA\_{1}=2AB=2BC$，点$E$、$F$分别为$AB$、$CC\_{1}$，的中点，则直线$EF$与平面$AA\_{1}D\_{1}D$所成角的正弦值为          ．

例题精讲

例1：如图，在正方体$ABCD−A\_{1}B\_{1}C\_{1}D\_{1}$中，$E$为$BB\_{1}$的中点．
求直线$AA\_{1}$与平面$AD\_{1}E$所成角的正弦值．





例2如图，在四棱锥$P−ABCD$中，$PA⊥$平面$ABCD$，底面$ABCD$是直角梯形，其中，$AB⊥AD$，$AB=AD=\frac{1}{2}BC=2$，$PA=4$，$E$为棱$BC$上的点，且$BE=\frac{1}{4}BC$．

$(1)$求证：$DE⊥$平面$PAC$；

$(2)$设$Q$为棱$CP$上的点$($不与$C$，$P$重合$)$，且直线$QE$与平面$PAC$所成角的正弦值为$\frac{\sqrt[​]{5}}{5}$，求$\frac{CQ}{CP}$的值．

针对训练：等边$∆ABC$的边长为$3$，点$D$、$E$分别是边$AB$、$AC$上的点，且满足$\frac{AD}{DB}=\frac{CE}{EA}=\frac{1}{2}($图$1).$将$∆ADE$沿$DE$折起到$∆A\_{1}DE$的位置，使二面角$A\_{1}−DE−B$成直二面角，连接$A\_{1}B$，$A\_{1}C($图$2)$．
$(1)$求证：$A\_{1}D⊥$平面$BCED$；
$(2)$在线段$BC$上是否存在点$P$，使直线$PA\_{1}$与平面$A\_{1}BD$所成的角为$60$°？若存在，求出线段$PB$的长；若不存在，请说明理由．

拓展训练：1.如图，在三棱锥$P−ABC$中，$AB=BC=2\sqrt{2}$，$PA=PB=PC=AC=4$，$O$为$AC$的中点．
$(1)$证明：$PO⊥$平面$ABC$；
$(2)$若点$M$在棱$BC$上，且二面角$M−PA−C$为$30°$，求$PC$与平面$PAM$所成角的正弦值．

2.如图，已知斜三棱柱$ABC−A\_{1}B\_{1}C\_{1}$，底面$ABC$是等腰直角三角形，$AA\_{1}=AB=\sqrt{2}BC=4$，$∠A\_{1}AB=60^{∘}$，$cos∠BCC\_{1}=\frac{\sqrt{2}}{4}$，$M$，$N$分别是棱$B\_{1}C\_{1}$，$A\_{1}B\_{1}$的中点．

$(1)$证明：$NB⊥$平面$A\_{1}B\_{1}C\_{1};$

$(2)$求直线$AM$与平面$BB\_{1}C\_{1}C$所成角的正弦值．