**带电粒子在交变电磁场中的运动问题分析**

一、基本思路



1. 例题讲解

例(2020江苏南京四模)如图甲所示,边长*l*=4 m的正方形区域*ABCD*在竖直平面内,*CD*与水平面平行。其区域内有垂直于纸面向里的匀强磁场和竖直向上的匀强电场(图中未画出),磁场和电场的变化规律如图乙所示,一比荷$\frac{q}{m}$=106 N/C的带正电粒子在*t*=0时刻在*CD*中点处由静止释放。(不计粒子重力,*ABCD*边缘有电场、磁场)

 

甲 乙

(1)*t*=10-4 s时,求粒子的位移大小和速度大小;

(2)若*k*=π,求粒子离开正方形区域*ABCD*所需时间*t*;

(3)若使粒子做周期性运动,则在[0,π]的范围内,*k*的取值应为多少,并求出粒子的运动周期*T*。

解析(1)粒子在10-4 s的位移大小和速度大小分别为

*v*=$\frac{qE}{m}$*t*=2×104 m/s

*s*1=$\frac{1}{2}$×$\frac{qE}{m}$*t*2=1 m

(2)此时在磁场中运动的周期和半径分别为

*r*=$\frac{mv}{Bq}$=1 m

*T*磁场=$\frac{2πm}{Bq}$=π×10-4 s

因*k*=π,粒子运动轨迹如下图所示,又初速度为0的匀加速直线运动连续相同时间内的位移比为

*s*1∶*s*2=1∶3

粒子经2次加速后恰飞出正方形区域,因此

*t*=(π+2)×10-4 s



(3)根据对称特点,可知

*k*=$\frac{3}{4}$π



粒子转过四分之三周期后做类平抛运动,运动轨迹如右图所示

*x*=2 m

*y*2=1 m

*v*=2$\sqrt{2}$×10-4 m/s

*r*2=$\sqrt{2}$ m

*T*=(3π+4)×10-4 s

变式：(2020江苏南通七市三模)如图甲所示,平行金属板*M*、*N*水平放置,板长*L*=$\frac{\sqrt{3}}{5}$ m、板间距离*d*=0*.*20 m。在竖直平面内建立*xOy*直角坐标系,使*x*轴与金属板*M*、*N*的中线*OO'*重合,*y*轴紧靠两金属板右端。在*y*轴右侧空间存在方向垂直纸面向里、磁感应强度大小*B*=5*.*0×10-3 T的匀强磁场,板间加随时间*t*按正弦规律变化的电压*uMN*,如图乙所示,图中*T*0未知,两板间电场可看做匀强电场,板外电场可忽略。大量比荷$\frac{q}{m}$=1*.*0×107 C/kg、带正电的粒子以*v*0=1*.*0×105 m/s的水平速度,从金属板左端沿中线*OO'*连续射入电场,进入磁场的带电粒子从*y*轴上的*P*、*Q*(图中未画出,*P*为最高点、*Q*为最低点)间离开磁场。在每个粒子通过电场区域的极短时间内,电场可视作恒定不变,忽略粒子重力,求:

 

甲 乙

(1)进入磁场的带电粒子在电场中运动的时间*t*0及在磁场中做圆周运动的最小半径*r*0;

(2)*P*、*Q*两点的纵坐标*yP*、*yQ*;

(3)若粒子到达*Q*点的同时有粒子到达*P*点,满足此条件的电压变化周期*T*0的最大值。

解析(1)能从右侧离开电场的带电粒子在电场中运动的时间

*t*0=$\frac{L}{v\_{0}}$

代入数据得*t*0=$\frac{\sqrt{3}}{5×10^{5}}$ s=3*.*46×10-6 s

*t*=$\frac{n}{2}$*T*0(*n*=0,1,2,3…)时刻射入电场的带电粒子不发生偏转(偏转电压为0),进入磁场做圆周运动的半径最小

粒子在磁场中运动时有*qv*0*B*=$\frac{mv\_{0}^{2}}{r\_{0}}$

代入数据得*r*0=2*.*0 m。

(2)设两板间电压为*U*1时,带电粒子刚好从极板边缘射出电场,则有*q*$\frac{U\_{1}}{d}$=*ma*,

$\frac{1}{2}$*d*=$\frac{1}{2}$*a*$t\_{0}^{2}$

代入数据解得*U*1=$\frac{1 000}{3}$ V,其中*a*=$\frac{1}{6}$×1011 m/s2。

在电压小于等于$\frac{1 000}{3}$ V时,带电粒子才能从两极板间射出电场,电压大于$\frac{1 000}{3}$ V时,带电粒子打在极板上,不能从两极板射出。带电粒子刚好从极板边缘射出电场时,速度最大

设粒子恰好射出电场时速度为*v*,方向与*x*轴的夹角为*θ*,在磁场中做圆周运动的半径为*r*,则

tan *θ*=$\frac{at\_{0}}{v\_{0}}$=$\frac{\sqrt{3}}{3}$,*qvB*=$\frac{mv^{2}}{r}$,弦长*D*=2*r* cos *θ*

代入数据解得*θ*=30*°*,*r*=$\frac{4\sqrt{3}}{3}$ m,*D*=$\frac{2mrcosθ}{qB}$=4*.*0 m,

从极板*M*边缘射出的带电粒子,在磁场中转过120*°*,经过*P*点,则*yP*=$\frac{d}{2}$+*D*=4*.*1 m

从极板*N*边缘射出的带电粒子,在磁场中转过240*°*,经过*Q*点,则*yQ*=-$\frac{d}{2}$+*D*=3*.*9 m



(3)带电粒子在磁场中做圆周运动的周期*T*=$\frac{2πm}{qB}$

粒子到达*Q*点的同时有粒子到达*P*点,则这两个粒子开始运动的时间差为$\frac{240}{360}$*T*-$\frac{120}{360}$*T*=$\frac{T}{3}$,

到达*Q*点的粒子进入磁场的时刻可能是$\frac{T\_{0}}{12}$、$\frac{5T\_{0}}{12}$、$\frac{13T\_{0}}{12}$、$\frac{17T\_{0}}{12}$、…,(因为电压为正,带电粒子向下偏转)

到达*P*点的粒子进入磁场的时刻可能是$\frac{7T\_{0}}{12}$、$\frac{11T\_{0}}{12}$、$\frac{19T\_{0}}{12}$、$\frac{23T\_{0}}{12}$、…,(因为电压为负,带电粒子向上偏转)

当电压变化周期*T*0有最大值*T*m时应满足的关系$\frac{7T\_{0}}{12}$-$\frac{5T\_{0}}{12}$=$\frac{T}{3}$(因为$\frac{7}{12}$-$\frac{5}{12}$最小,所以*T*0最大)

解得*T*m=$\frac{4π}{3}$×10-4 s=2*.*51×10-4 s。